Spezifische Wärmekapazität des idealen Gases

Bei Gasen hängt die spezifische Wärmekapazität davon ab, ob die Zufuhr von Wärme bei konstantem Druck c_p oder bei konstantem Volumen c_v erfolgt:

$$c = \frac{1}{m}\,\frac{dQ}{dT}$$

mit 1. Hauptsatz: $dU = dQ - p\,dV,\qquad dQ = dU + p\,dV.$

$$\Rightarrow c = \frac{1}{m}\left(\frac{dU}{dT} + \frac{p\,dV}{dT}\right)$$

für dV = 0:

$$\Rightarrow c_v = \frac{1}{m}\left(\frac{dU}{dT}\right)_{V\,=\,const}$$

$$\Rightarrow dU = m\,c_v\;dT$$

Die innere Energie ist temperaturabhängig:

für dp = 0:

Zustandsgleichung: $p\,V = n\,R\,T$

Differentiation: $p\,dV + V\,dp = n\,R\,dT$

$$p\,dV = n\,R\,dT$$

$$c_p = \frac{1}{m}\left(\frac{dQ}{dT}\right)_{p\,=\,const} = \frac{1}{m}\left(\frac{dU}{dT} + \frac{n\,R\,dT}{dT}\right)$$

$$c_p = c_v + \frac{n}{m}\cdot R$$

$$c_p - c_v = \frac{n}{m}\cdot R$$

$$M\left(c_p - c_v\right) = R$$

Adiabatische Zustandsänderungen:

$dQ = 0$

$$dU = dW = -p\, dV = m\, c_v\, dT$$

Ideales Gas: $pV = n\, R\, T$

$$dT = \frac{p\, dV + V\, dp}{n\, R}$$

$$dU = \frac{m\, c_v}{n\, R}\left(p\, dV + V\, dp\right) = -p\, dV$$

mit

$$R = M\left(c_p - c_v\right)$$

$$dU = \frac{m\, c_v\, \left(p\, dV + V\, dp\right)}{n\, M\left(c_p - c_v\right)} = -p\, dV$$

$$= m\, c_v\, (p\, dV + V\, dp) = (-p\, dV) \cdot n\, M\, (c_p - c_v)$$

$$= m\, c_v\, (p\, dV + V\, dp) = -m\, c_p\, p\, dV + m\, c_v\, p\, dV$$

$$= m\, c_v\, dp\, V + m\, c_p\, p\, dV = 0 \qquad : m\, c_v\, V$$

$$dp + \frac{m\, c_p\ p\, dV}{m\, c_v\, V} = 0 \qquad : \quad p$$

$$\frac{dp}{p} + \frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{dV}{V} = 0$$

mit $\frac{c_p}{c_v} = \kappa$ Adiabatenexponent;

$$\Rightarrow \int \frac{dp}{p} = -\kappa \cdot \int \frac{dV}{V}$$

$$\ln p = -\kappa \ln V$$

$$\kappa \cdot \ln V + \ln p = \ln V^{\kappa} + \ln p$$

$$= \ln\left(p\, V^{\kappa}\right) = const$$

$$p\, V^{\kappa} = const$$ POISSONsche Adiabatengleichung

Wegen $\kappa > 1$ verlaufen die Adiabaten im pV – Diagramm steiler.