

## Mathematik I für Chemiker (Bachelor)

## Übung 5

## 1. Funktionen 2:

Formen Sie folgende implizite Funktionen in die „normale“ explizite Form  $y = f(x)$  um. Diskutieren Sie sie bezüglich Eindeutigkeit, Beschränktheit, Monotonie und Symmetrie.

(a)  $F(x, y) = y - mx = 0$   $m \in \mathbb{R}$

(b)  $F(x, y) = y^2 - x^2 - 1 = 0$

(c)  $F(x, y) = y + 2x^3 = 0$

(d)  $F(x, y) = y^2 + x^2 + 2xy - 2 = 0$

(e)  $F(x, y) = y - \sin(kx) = 0$   $k \in \mathbb{Z}$

(f)  $F(x, y) = y - \arcsin(x) = 0$

(g)  $F(x, y) = y - \arccos(x) = 0$

(h)  $F(x, y) = \cos(y) - x = 0$

## 2. Funktionen 3:

Zeichnen Sie die Funktion  $y = \sin(2x)/x$  im Intervall  $[-2\pi, 2\pi]$ .

Gegen welchen Wert strebt die Funktion für  $x \rightarrow \infty$  bzw.  $x \rightarrow 0$  ?

(*Hinweis:* Verwenden Sie für kleine Werte von  $x$  die Näherung  $\sin(2x) \approx 2x - \frac{4}{3}x^3$ .)

## 3. Funktionen 4:

Die Funktion  $y = e^{-ax^2}$  (Gauß-Funktion) hat ihr Maximum  $y = 1$  bei  $x = 0$ .

Wie breit ist die Funktion bei der Hälfte ihrer maximalen Höhe („Full Width at Half Maximum“, FWHM)?

## 4. Grenzwerte 2:

Bei der Verdünnung einer bestimmten Menge Schwefelsäure durch Zugabe von  $x$  Gramm Wasser entsteht eine Wärmemenge  $y = Ax/(x+B)$ ;  $A$  und  $B$  seien positive Konstanten.

(a) Wie groß ist die freigesetzte Wärmemenge bei sehr starker Verdünnung?

(b) Wieviel Wasser muß man zugeben, damit 80 % des Grenzwertes an Wärme entstehen?