

Mathematik I für Chemiker (Bachelor)**Übung 1****1. Mengenlehre:**

Gegeben seien die drei folgenden Teilmengen (Intervalle) der Menge \mathbb{R} der reellen Zahlen:

$$A = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x \leq 2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} : 4 < x < 5\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} : 4 \leq x \leq 5\}$$

Bestimmen Sie $A \cap C$, $B \cup C$, $C \setminus B$, $B \setminus C$, $\overline{A \cup C}$, $(\overline{A} \cap \overline{B}) \cap C$.

Symbole: $A \setminus B$ bedeutet "A ohne B", und das Komplement einer Menge A ist definiert als $\overline{A} = \mathbb{R} \setminus A$.

2. Gruppentheorie:

Zeigen Sie, dass die Menge der reellen Zahlen eine Gruppe bildet bezüglich der Zusammensetzungsvorschrift

$$a \star b = (a^n + b^n)^{1/n} \quad .$$

Hier sind a und b reelle Zahlen, und n ist eine beliebige ungerade, natürliche Zahl.

Hinweis:

Prüfen Sie, ob alle Gruppenaxiome erfüllt sind: Abgeschlossenheit, Assoziativgesetz, Existenz des Einselements und inversen Elements. Welches Element aus \mathbb{R} ist bezüglich der oben angegebenen Verknüpfung das Einselement, welches das inverse Element von a ?

3. Kombinatorik 1:

- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, aus einer Urne, welche 10 (mit 1 bis 10 nummerierte) Kugeln enthält, die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 in dieser Reihenfolge zufällig ohne Zurücklegen zu ziehen?
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, 2 Buben im Skat zu finden?
Ein Skatblatt hat 32 Karten (4 davon Buben), 2 davon liegen im Skat.