

Übungen zur Vorlesung Theoretische Chemie I: Teil 1, Quantenmechanik (Modul A8)

Blatt 1

Aufgabe 1: Einfaches Differenzieren.

Differenzieren Sie folgende Funktionen $f(x)$ nach x :

a)

$$f(x) = \sqrt{x}$$

b)

$$f(x) = 2 \ln(x)$$

c)

$$f(x) = 5x^2 \ln(x) \sin(x)$$

d)

$$f(x) = xe^{\alpha x}$$

e)

$$f(x) = x / \cos(x)$$

f)

$$f(x) = 2x \sin(x) + 4\sqrt{x^3} \frac{x^2}{\cos(x)}$$

Aufgabe 2: Taylorreihen-Entwicklung.

Entwickeln Sie die “Morsefunktion” $V(x) = D_e[1 - e^{-\alpha x}]^2$ in eine Taylorreihe um $x = 0$ bis zur zweiten Ordnung:

$$V(x) \approx \sum_{n=0}^2 \frac{d^n V(x)}{dx^n} \Big|_{x=0} \frac{x^n}{n!} \quad (1)$$

Aufgabe 3: Partielles Differenzieren.

Gegeben seien die Funktionen zweier Variabler x, y

$$z(x, y) = \ln(xy) + x\sqrt{xy + y} \quad (2)$$

$$z(x, y) = x \sin(y) + ye^x \quad (3)$$

1. Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $z_x(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x}(x, y)$ und $z_y(x, y) = \frac{\partial z}{\partial y}(x, y)$ für beide Fälle.
2. Zeigen Sie, dass für die gemischten partiellen Ableitungen $z_{xy} = z_{yx}$ gilt (*Satz von Schwarz*).

Aufgabe 4: Gewöhnliche Differentialgleichungen.

1. Zeigen Sie, dass die Differentialgleichung

$$m\ddot{x} = -Dx \quad (4)$$

die allgemeine Lösung

$$x(t) = C_1 \sin(\omega t) + C_2 \cos(\omega t) \quad (5)$$

besitzt. Was ist ω , ausgedrückt durch D, m ?

2. Was ergibt sich für die Konstanten C_1 und C_2 , wenn die Anfangsbedingungen $x(0) = 0$ und $\dot{x}(0) = v_0$ gewählt werden?