

Mathematik I für Chemiker (Bachelor)

Übung 5

1. Funktionen 2:

Formen Sie folgende implizite Funktionen in die „normale“ explizite Form $y = f(x)$ um. Diskutieren Sie sie bezüglich Eindeutigkeit, Beschränktheit, Monotonie und Symmetrie.

(a) $F(x, y) = y - mx = 0$ $m \in \mathbb{R}$

(b) $F(x, y) = y^2 - x^2 - 1 = 0$

(c) $F(x, y) = y + 2x^3 = 0$

(d) $F(x, y) = y^2 + x^2 + 2xy - 2 = 0$

(e) $F(x, y) = y - \sin(kx) = 0$ $k \in \mathbb{Z}$

(f) $F(x, y) = y - \arcsin(x) = 0$

(g) $F(x, y) = y - \arccos(x) = 0$

(h) $F(x, y) = \cos(y) - x = 0$

2. Funktionen 3:

Zeichnen Sie die Funktion $y = \sin(2x)/x$ im Intervall $[-2\pi, 2\pi]$.

Gegen welchen Wert strebt die Funktion für $x \rightarrow \infty$ bzw. $x \rightarrow 0$?

(*Hinweis:* Verwenden Sie für kleine Werte von x die Näherung $\sin(2x) \approx 2x - \frac{4}{3}x^3$.)

3. Funktionen 4:

Die Funktion $y = e^{-ax^2}$ (Gauß-Funktion) hat ihr Maximum $y = 1$ bei $x = 0$.

Wie breit ist die Funktion bei der Hälfte ihrer maximalen Höhe („Full Width at Half Maximum“, FWHM)?

4. Grenzwerte 2:

Bei der Verdünnung einer bestimmten Menge Schwefelsäure durch Zugabe von x Gramm Wasser entsteht eine Wärmemenge $y = Ax/(x+B)$; A und B seien positive Konstanten.

(a) Wie groß ist die freigesetzte Wärmemenge bei sehr starker Verdünnung?

(b) Wieviel Wasser muß man zugeben, damit 80 % des Grenzwertes an Wärme entstehen?