

Sprachvermögen und Zahlbegriff – zur Rolle der Sprache für die Entwicklung numerischer Kognition

Heike Wiese, Humboldt-Universität Berlin

Einleitung

In welchem Zusammenhang stehen Sprache und Zahl als kognitive Domänen? Welche Rolle spielt das menschliche Sprachvermögen für die Entwicklung des Zahlbegriffs? In den letzten Jahrzehnten haben verschiedene Disziplinen aus dem Gebiet der Kognitionswissenschaft – darunter Psycholinguistik, Entwicklungspsychologie, Ethologie und kognitive Neurowissenschaft – wesentlich zu unserem Verständnis der Beziehung zwischen Sprache und numerischer Kognition beigetragen. Die unterschiedlichen Ergebnisse liefern Evidenz für eng verknüpfte ebenso wie für autonome Bereiche in den beiden Domänen.

So sind einige Aspekte mathematischen Wissens offensichtlich eng mit der Repräsentation von Zahlwörtern verbunden. Psychologische und neurologische Studien weisen z.B. darauf hin, dass auswendig beherrschtes mathematisches Wissen (wie etwa das Einmaleins) und seine Anwendung in mentaler Arithmetik eng mit den Zahlwörtern der Sprache verknüpft ist, in der es ursprünglich gelernt wurde.¹ Zudem zeigen sprachvergleichende Studien, dass die Struktur einer Numeralsequenz die mathematischen Leistungen in Vor- und Grundschule beeinflussen kann: Eine regelmäßige und transparente Zahlwortsequenz macht es leichter, additive und multiplikative Beziehungen zwischen Zahlen zu erfassen und Zahlwörter mit arabischen Ziffern zu korrelieren, als eine Sequenz, die opaque Elemente enthält.²

¹ Vgl. Stanislas Dehaene: *The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics*. Oxford: 1997.

² Zu asiatischen (chinesischen, koreanischen und japanischen) versus US-amerikanischen (englischsprachigen) und europäischen (britischen, französischen und schwedischen) Erstklässlern und Kindergarten-Kindern vgl. beispielsweise Irene T. Miura, Yukari Okamoto, Chungsoon Kim, Marcia Steere & Michel Fayol: *First graders' cognitive representation of number and understanding of place value: Cross-national comparisons: France, Japan, Korea, Sweden, and the United States*, in: *Journal of Educational Psychology* 85 (1), 1993, S.24-30; sowie Connie Suk Han Ho & Karen C. Fuson: *Children's knowledge of*

Beispielsweise ist in der chinesischen Numeralsequenz – im Gegensatz etwa zu der des Englischen oder des Deutschen – in komplexen Zahlwörtern die zugrundeliegende Dezimalstruktur stets transparent (die chinesischen Pendanten zu deutsch „zehn, elf, zwölf, dreizehn, ..., zwanzig“ haben z.B. die Form „zehn, zehn-eins, zehn-zwei, zehn-drei, ... zwei-zehn“). In Übereinstimmung mit diesem sprachlichen Unterschied konnte gezeigt werden, dass chinesische Kinder die Zehnerbasis ihres Numeralsystems – und ebenso des Ziffernsystems – eher begriffen und anfangs besser in arithmetischen Aufgaben abschnitten, als US-amerikanische (englischsprachige) Vor- und Grundschüler.

Auf der anderen Seite weisen Ergebnisse aus der Entwicklungspsychologie und der kognitiver Ethologie auf numerische Fähigkeiten, die von Sprache unabhängig sind und damit autonome Bereiche des Zahlkonzepts begründen. So konnte gezeigt werden, dass bereits Neugeborene in der Lage sind, die Kardinalität kleiner Mengen zu unterscheiden, während vorsprachliche Kleinkinder ebenso wie höhere Tiere darüber hinaus einfache additive und subtraktive Operationen auf diesen Mengen durchführen können.³ Dies lässt vermuten, dass diese Fähigkeiten zu unserem angeborenen kognitiven Repertoire gehören; Evidenz aus der Hirnforschung (insbesondere aus Läsionsstudien und Studien mit bildgebenden Verfahren) weist zudem darauf hin, dass eine spezifische Region im Gehirn (der inferiore parietale Cortex) für diesen Bereich wesentlich ist.⁴

Während somit einige spätere Aspekte mathematischer Kognition durch sprachliche Faktoren beeinflusst werden, besitzen wir daneben ein biologisch determiniertes Konzept von Kardinalität: ein Konzept numerischer Quantitäten und ihrer Zusammenhänge, das nicht nur unabhängig vom Erwerb einer bestimmten Sprache, sondern unabhängig von der menschlichen Sprachfähigkeit überhaupt ist.

Bedeutet das, dass unser *Zahl*-Konzept unabhängig von Sprache ist? Die Antwort, die ich im vorliegenden Beitrag vertrete, ist „Nein“. Ich werde für eine

teen quantities as tens and ones: Comparisons of Chinese, British, and American kindergartners, in: *Journal of Educational Psychology* 90 (3), 1998, S.536-544.

³ Für eine detaillierte Diskussion der empirischen Evidenz zu Neugeborenen und Kleinkindern vgl. Karen Wynn: *Numerical competence in infants*, in: Chris Donlan (Hrsg.): *The Development of Mathematical Skills*. Hove: 1998, S.3-25. Für Überblicke zur quantitativen Konzepten bei vorsprachlichen Kleinkindern und bei Tieren vgl. Dehaene (1997) sowie Brian Butterworth: *The Mathematical Brain*. London: 1999.

Auffassung argumentieren, nach der Sprache eine kognitive Domäne ist, die eng mit der Ausbildung numerischer Kognition in unserer Spezies verknüpft ist. Insbesondere werde ich zeigen, dass das menschliche Sprachvermögen es uns ermöglicht, den Schritt von primitiven quantitativen Begriffen zu einem generalisierten, systematischen Zahlkonzept zu machen, einem Konzept, das nicht auf Kardinalität beschränkt ist, sondern es uns erlaubt, kardinale ebenso wie ordinale und nominale Relationen zu erfassen.

Um diese These zu entwickeln, werde ich im folgenden zunächst die Beziehung zwischen Zahlen und Kardinalität näher beleuchten und zeigen, dass es für unser Verständnis der kognitiven Domäne der Zahlen wesentlich ist, den Fokus nicht allein auf den Aspekt der Kardinalität zu legen. Ich werde daher für einen umfassenderen Ansatz argumentieren, der kardinale, ordinale und nominale Aspekte unseres Zahlkonzepts unter einer Auffassung von Zahlen als Werkzeugen in Zahlzuweisungen zusammenbringt. Vor diesem Hintergrund analysiere ich strukturelle Parallelen zwischen Zahlzuweisungen und der symbolischen Referenz, die für menschliche Sprache charakteristisch ist, und zeige, inwieweit unser Sprachvermögen die kognitiven Voraussetzungen für die Ausbildung eines systematischen Zahlkonzepts liefert.

Der vorliegenden Beitrag thematisiert demnach mit dem Zusammenhang zwischen Sprache und Zahl denselben Bereich wie der von Wedell (dieser Band), unterscheidet sich von diesem jedoch durch die Perspektivsetzung: Während ich Sprache und Zahl aus Sicht der kognitiven Grundlagen diskutieren werde, nimmt Wedell mit seiner Diskussion des Bedeutungszusammenhangs zwischen erzählen und zählen eine Anwendungsperspektive ein, indem er den narrativen Sprachgebrauch („erzählen“) mit dem Gebrauch von Zahlen in kardinalen Zuordnungsroutinen („zählen“) in Verbindung bringt.

1. Zahlen und Kardinalität

Die große Bedeutung, die Zahlen für uns haben, rührt nicht zuletzt aus ihrer enormen Flexibilität. Während beispielsweise eine Eigenschaft wie Farbe nur

⁴ Vgl. Stanislas Dehaene, Ghislaine Dehaene-Lambertz & Laurent Cohen: *Abstract representations of*

an Objekten erfasst werden kann, die der visuellen Domäne angehören, scheint es hinsichtlich des Einzugsbereichs von Zahlen keinerlei Restriktionen zu geben. In seinem 'Essay Concerning Human Understanding' drückt John Locke dies folgendermaßen aus:⁵

“[...] Number applies itself to men, angels, actions, thoughts; everything that either doth exist, or can be imagined.”

Diese Aussage bezieht sich auf Kontexte, in denen Zahlen die Kardinalität einer Menge identifizieren, d.h. beispielsweise aufzeigen, wie viele Elemente eine Menge von Menschen, Engeln, Handlungen, Gedanken etc. hat. Eine solche Zahlzuweisung ist für Mengen beliebiger Objekte möglich, unabhängig davon, welche Eigenschaften diese Objekte sonst haben mögen; das einzige Kriterium ist hier, dass sie distinkt sein müssen, um quantifiziert zu werden.⁶

Gottlob Frege sah diese Flexibilität als Zeichen für die enge Beziehung zwischen Zahlen und Denken an:⁷

„das Gebiet des Zählbaren [...] ist das umfassendste; denn nicht nur das Wirkliche, nicht nur das Anschauliche gehört ihm an, sondern alles Denkbare. Sollten also nicht die Gesetze der Zahlen mit denen des Denkens in der innigsten Verbindung stehen?“

Dies ist nur ein Aspekt der Flexibilität von Zahlen. Wir können Zahlen nicht nur den unterschiedlichsten Objekten zuweisen, wir können sie darüber hinaus auch auf so unterschiedliche Arten zuweisen, dass auf den ersten Blick kaum ein Zusammenhang zwischen ihnen erkennbar ist. Von diesen Zahlzuweisungen ist diejenige, die sich auf die Kardinalität von Mengen bezieht, vermutlich die erste, an die man im Zusammenhang mit Zahlen denkt, aber sie ist keinesfalls die einzige Art, auf die wir Zahlen Objekten zuweisen.

Beispielsweise kann dieselbe Zahl, etwa 3, nicht nur die Kardinalität der Bleistifte auf meinem Schreibtisch identifizieren (bezeichnet etwa durch einen Ausdruck wie „drei Bleistifte“) oder in Kombination mit einer Maßeinheit ange-

numbers in the animal and human brain, in: Trends in Neurosciences, 21 (8), 1998, S.355-361.

⁵ John Locke: *Essay Concerning Human Understanding*. Oxford: 1690/1975. Buch II, Kap.XVI, §1.

⁶ Dieses Kriterium für Objekte kann auf der Ebene ihrer Bezeichnungen in einigen Sprachen durch die morpho-syntaktische Unterscheidung von Zähl- versus Massennomen reflektiert werden.

ben, wieviel Wein für ein Essen mit Freunden gekauft werden solle („drei Liter Wein“), sondern sie kann ebenso den Rang eines Läufers in einem Marathon anzeigen („der dritte Läufer“) oder die Buslinie zur Oper identifizieren („Bus Nr.3“).⁸ Die unterschiedlichen Gebrauchsweisen von Zahlen können unter drei Arten von Zahlzuweisungen subsumiert werden: kardinale, ordinale und nominale Zuweisungen.

In *kardinalen Zahlzuweisungen* identifizieren Zahlen die Kardinalität von Mengen, beispielsweise einer Menge von Bleistiften (Zählkontexte), oder einer Menge von Maßeinheiten, die die Ausprägung einer Eigenschaft wie Volumen, Gewicht etc. angeben (Messkontexte), wie etwa die Liter in unserem Wein-Beispiel.

In *ordinalen Zahlzuweisungen* identifizieren Zahlen den Rang von Elementen innerhalb einer Sequenz; z.B. gibt die Zahl 3 in dem Marathon- Beispiel oben den Rang einer bestimmten Person in einer Sequenz von Läufern an.

In *nominalen Zahlzuweisungen* identifizieren Zahlen Objekte innerhalb einer Menge; sie werden hier als leicht verfügbare (und unerschöpfliche) Menge okkasioneller Eigennamen gebraucht. Diese Art der Zahlzuweisung begegnet uns in der Form von Hausnummern, als Nummerierung von Bus- oder Bahnlinien, von Fußballspielern, von Telefonanschlüssen usw.

Zahlen können somit in ganz unterschiedlichen Kontexten gebraucht werden, in denen sie verschiedene Eigenschaften von Objekten identifizieren. Von diesen Eigenschaften ist Kardinalität nur ein Beispiel – Kardinalität ist *eine* Eigenschaft, die wir mit Zahlen anzeigen, aber sie ist nicht notwendigerweise enger mit Zahlen verbunden als andere Eigenschaften, die ebenfalls in Zahlzuweisungen identifiziert werden können, nämlich der Rang eines Objekts in einer

⁷ Gottlob Frege: *Die Grundlagen der Arithmetik*. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl.. Breslau: 1884, §14.

⁸ Wie die sprachlichen Beispiele in Klammern illustrieren, etablieren diese verschiedenen Gebrauchsweisen von Zahlen auf der Ebene der Bezeichnungen unterschiedliche grammatische Kontexte für Zahlwörter. Zur grammatischen Struktur von Zahlwortkonstruktionen und ihrer Verknüpfung mit numerischen Konzepten vgl. Heike Wiese: *Zahl und Numerale*. Eine Untersuchung zur Korrelation konzeptueller und sprachlicher Strukturen. Berlin: 1997. Zum Erwerbsprozess im Rahmen des Erstspracherwerbs vgl. Karen C. Fuson & James W. Hall: *The acquisition of early number word meanings: A conceptual analysis and review*, in: Herbert P. Ginsburg (Hrsg.): *The Development of Mathematical Thinking*. New York: 1983, S.49-107.

Sequenz (ordinale Zuweisung) oder die Identität eines Objekts innerhalb einer Menge (nominale Zuweisung). Abb.1 illustriert diese Sichtweise:⁹

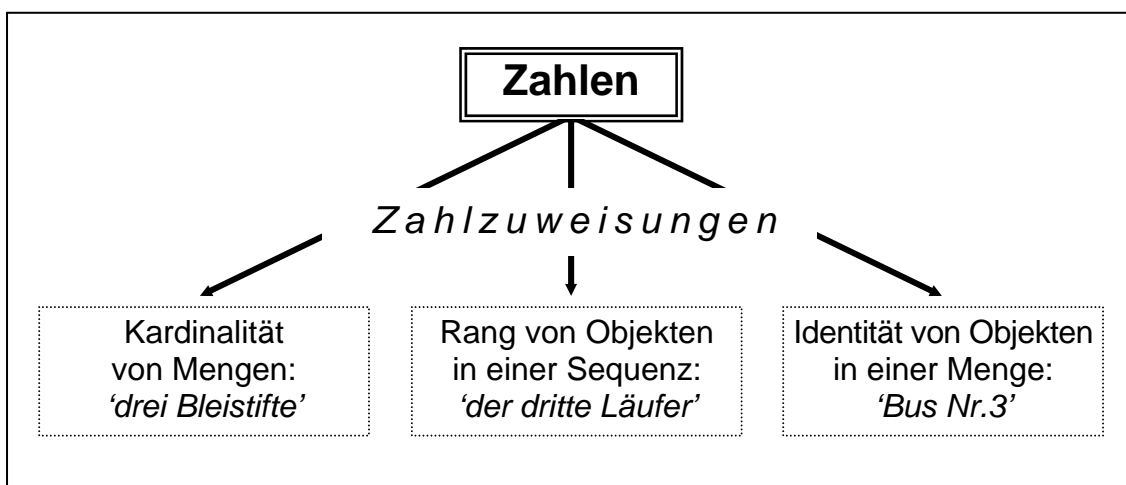


Abb. 1: Zahlen versus Kardinalität

Dieser Ansatz integriert Kardinalität in eine umfassendere Sicht der Zahldomäne, indem er Zahlen als flexible Werkzeuge charakterisiert, die auf kardinale ebenso wie auf ordinale und nominale Aspekte *im Gebrauch* bezogen werden können, nämlich wenn sie in den verschiedenen Typen von Zahlzuweisungen auftreten. Die oben angesprochene Evidenz etwa für die Fähigkeit vorsprachlicher Kleinkinder und einiger Tierarten, die Kardinalität von Mengen zu erfassen, liefert unter dieser Perspektive einen Beleg dafür, dass eine empirische Eigenschaft, die wir mit Zahlen identifizieren, unabhängig vom Sprachvermögen konzeptualisiert werden kann; sie liefern jedoch keine Evidenz für eine Autonomie unseres Konzepts von *Zahlen*.

2. Numerische Werkzeuge: Der Gebrauch von Zahlen in Zahlzuweisungen

Was ist die Basis für diese Flexibilität von Zahlen, wie stehen ihre verschiedenen Gebrauchsweisen zu einander in Bezug? Eine Theorie, die uns eine einheitliche Perspektive auf die verschiedenen Typen von Zahlzuweisungen er-

⁹ Ich vernachlässige hier und im folgenden das Beispiel der Messkontexte, da diese als ein erweiterter Typ von Zählkontexten unter Kardinalitätszuweisungen subsumiert werden können (vgl. hierzu Wiese 1997, Kap. 4.3.4.).

laubt, ist die 'Repräsentationstheorie der Messung' (im folgenden kurz RTM).¹⁰ Diese Theorie, die insbesondere in der Philosophie und der experimentellen Psychologie einflussreich ist, befasst sich mit den Merkmalen, die eine Zahlzuweisung¹¹ bedeutungsvoll machen; sie identifiziert die Kriterien dafür, dass die Zahl, die einem Objekt zugewiesen wird, tatsächlich etwas über die Eigenschaft aussagt, auf die die Zahlzuweisung sich beziehen soll.

Im vorliegenden Abschnitt wende ich die Maschinerie dieser Theorie auf einen etwas anderen Zweck an, indem ich die RTM als ein unifiziertes Modell für Zahlzuweisungen interpretiere. Dieser Ansatz erlaubt uns, die konstitutiven Merkmale bedeutungsvoller Zahlzuweisungen herauszuarbeiten, d.h. die Merkmale, die einem systematischen Konzept von Zahlen und den Relationen, die sie zwischen empirischen Objekten identifizieren, zugrundeliegen.

In einer vorläufigen Bestimmung können wir eine Zuweisung von Zahlen zu Objekten als bedeutungsvoll charakterisieren, wenn bestimmte Relationen zwischen den Zahlen Relationen zwischen den Objekten repräsentieren. Abb.2 gibt ein Beispiel:

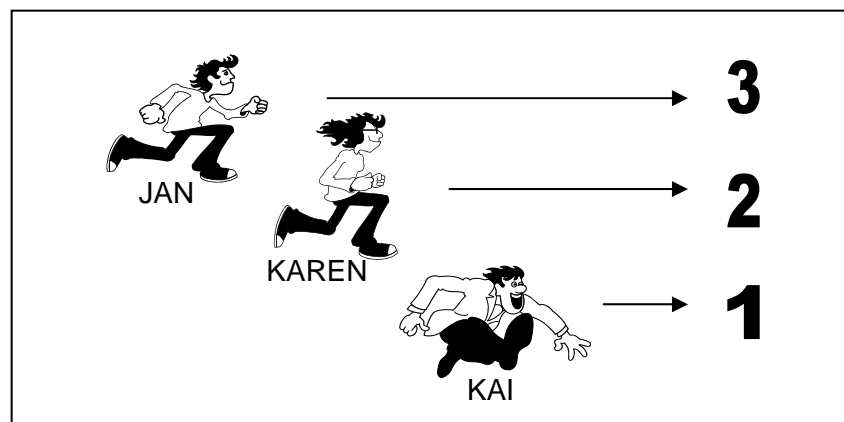


Abb.2: Eine bedeutungsvolle Zahlzuweisung: ordinale Nummerierung von Läufern in einem Rennen

¹⁰ Vgl. hierzu etwa David H. Krantz, R. Duncan Luce, Patrick Suppes & Amos Tversky: *Foundations of Measurement*, 3 Bände. New York: 1971; Louis Narens: *Abstract Measurement Theory*. Cambridge, Mass.: 1985; Fred S. Roberts: *Measurement Theory*. Reading: 1979.

¹¹ In der RTM wird hier der Terminus 'Messung' / 'measurement' (statt 'Zahlzuweisung') gebraucht. Diese Terminologie weicht von unserem vorthoretischen Sprachgebrauch ab, in dem 'Messung' sich nur auf eine bestimmte Klasse kardinaler Zahlzuweisungen bezieht (nämlich auf solche, in denen Eigenschaften wie Volumen, Gewicht oder Temperatur identifiziert werden), nicht jedoch auf ordinale und nominale Zahlzuweisungen. Da letztere jedoch unter dem RTM-Begriff der 'Messung' eingeschlossen sind, gebrauche ich hier den intuitiv näheren Terminus '(bedeutungsvolle) Zahlzuweisung'.

In dieser Instanz einer Zahlzuweisung werden den Läufern in einem Rennen Zahlen so zugewiesen, dass die '<-Relation zwischen den Zahlen die Ordnung der Läufer durch die Relation 'schneller als' repräsentiert: Kai, als der schnellste Läufer, erhält die kleinste Zahl, 1; Jan, der langsamste Teilnehmer, erhält die größte Zahl, nämlich 3, und Karen, die schneller als Jan und langsamer als Kai ist, bekommt eine Zahl, die kleiner als die von Jan und größer als die von Kai ist, nämlich 2. Auf diese Weise wird die Ordnung der Läufer im Sinne von 'Kai ist schneller als Karen, die schneller als Jan ist' durch die Ordnung der Zahlen reflektiert, die ihnen zugewiesen werden: $1 < 2 < 3$.

Die grundlegenden Merkmale, die eine Zahlzuweisung bedeutungsvoll machen, können vor diesem Hintergrund durch zwei Bedingungen erfasst werden. Die erste Bedingung ist, dass sowohl die Objekte als auch die Zahlen nur insofern betrachtet werden, als sie *Relative* bilden, d.h., Mengen von Elementen, die in spezifischen Relationen zueinander stehen. Die zwei Relative sind unterschieden als *numerisches Relativ* (das Relativ, das die Zahlen konstituieren) und *empirisches Relativ* (das Relativ, das durch die Objekte gebildet wird).

Entsprechend dieser Bedingung betrachteten wir in unserem Beispiel die Läufer nicht als unverbundene Individuen, sondern behandelten sie als Elemente einer bestimmten Sequenz; das empirische Relativ liefert hier die Relation 'schneller als' konstituiert. Die Relation, die wir zwischen den Zahlen berücksichtigen, ist demgegenüber '<' ('kleiner als'). Alle anderen Relationen zwischen den Objekten (z.B. das relative Alter der Läufer) oder zwischen den Zahlen (z.B. gerade versus ungerade Zahlen) werden für die Zwecke der Zahlzuweisung ignoriert.

Die zweite Bedingung für die Zahlzuweisung ist, dass die Korrelation von Zahlen und Objekten eine *homomorphe* Abbildung konstituiert, eine Abbildung, die nicht nur die Elemente aus den zwei Relativen verbindet (z.B. Läufer und Zahlen), sondern auch die Relationen zwischen ihnen erhält. In unserem Läufer-Beispiel verknüpft der Homomorphismus die Relation 'schneller als' aus dem empirischen Relativ mit der '<-Relation im numerischen Relativ. Dementsprechend kann man z.B. aus der Tatsache, dass Karen die Zahl 2 und Jan die Zahl 3 erhalten hat, schließen, dass Karen schneller ist als Jan, weil $2 < 3$.

Dies bedeutet, dass Zahlzuweisungen im wesentlichen Verbindungen zwischen Relationen sind: Es geht nicht so sehr um eine Korrelation individueller Objekte und individueller Zahlen, sondern um eine Korrelation der Relationen zwischen den empirischen Objekten mit Relationen zwischen den Zahlen.

Dieser Ansatz erlaubt uns, die verschiedenen Typen von Zahlzuweisungen auf ein einheitliches Muster zurückzuführen. Sowohl kardinale als auch ordinale und nominale Zahlzuweisungen sind durch homomorphe Abbildungen zwischen zwei Relativen konstituiert, die jeweils eine bestimmte numerische Relation mit einer Relation zwischen empirischen Objekten assoziieren.

In *kardinalen Zahlzuweisungen* sind die empirischen Objekte Mengen. Eine Zahl n identifiziert die Kardinalität einer Menge s (n zeigt an, wie viele Elemente s hat). Die Abbildung assoziiert die numerische Relation ' $>$ ' mit der empirischen Relation 'hat mehr Elemente als'. Die Zahlzuweisung ist bedeutungsvoll genau dann, wenn eine eins-zu-eins-Korrelation der Zahlen von 1 bis n mit den Elementen von s möglich ist. Wenn wir beispielsweise die Zahl 3 einer Menge von Bleistiften zuweisen, kann diese Zuweisung genau dann als eine bedeutungsvolle kardinale Zahlzuweisung angesehen werden, wenn es möglich ist, jeden Bleistift mit genau einer Zahl von 1 bis 3 zu verbinden. (Diese Verifikationsprozedur ist in Zählroutinen instantiiert.)

In *ordinalen Zahlzuweisungen* (wie der in Abb.2) sind die empirischen Objekte nicht Mengen, sondern individuelle Elemente einer Sequenz. Eine Zahl n identifiziert hier den Rang eines Objekt in einer Sequenz s . Hierfür wird die sequentielle Ordnung von Zahlen fokussiert. Der Homomorphismus, der die Zahlzuweisung konstituiert, assoziiert die numerische Relation ' $<$ ' (bzw. ' $>$ ') mit dem relativen Rang der Objekte in s (beispielsweise mit dem relativen Rang der Läufer, wie er in Abb.2 durch die Relation 'schneller als' etabliert wird). Die Zahlzuweisung ist bedeutungsvoll genau dann, wenn Objekte höhere und tiefere Zahlen im Hinblick auf ihre höheren und tieferen Positionen in s erhalten.

In *nominalen Zahlzuweisungen* sind die empirischen Objekte Elemente einer Menge (z.B. die Menge der Buslinien einer Stadt), und die ihnen zugeordneten Zahlen fungieren als Etiketten: Eine Zahl n identifiziert hier ein Objekt in einer Menge s . Die Abbildung assoziiert die numerische Relation ' $=$ ' (oder ' \neq ')

mit der empirischen Relation 'ist (nicht-)identisch mit'. Diese Zuordnung ist bedeutungsvoll genau dann, wenn unterschiedliche Objekte stets unterschiedliche Zahlen erhalten.

In jedem Fall geht es um eine Verknüpfung von Relativen: Sowohl in kardinalen als auch in ordinalen und in nominalen Zahlzuweisungen wird stets eine Relation zwischen empirischen Objekten mit einer Relation zwischen Zahlen verbunden. Es ist diese Verknüpfung von Relativen, die Zahlzuweisungen konstituiert und so die Basis für systematische numerische Kognition legt.

Um die jeweiligen numerischen Relative konstituieren zu können, müssen Zahlen zwei Eigenschaften haben: Sie müssen von einander *wohlunterschieden* sein, und sie müssen eine *Progression* bilden, d.h. eine Sequenz, in der jedes Element nur endlich viele Vorgänger hat. Ausgestattet mit diesen beiden Eigenschaften, können Zahlen in allen drei Typen bedeutungsvoller Zuweisungen gebraucht werden. Für nominale Zahlzuweisungen reicht das Merkmal der Wohlunterschiedenheit aus; als distinkte Entitäten können Zahlen als 'numerische Etiketten' Objekte identifizieren. Bilden diese Entitäten zudem eine Progression, so können sie in ordinalen Zahlzuweisungen auf einen Rang verweisen, und sie können in geordnete eins-zu-eins-Zuordnungen im Rahmen von Zählvorgängen eingehen, die die Basis für kardinale Zahlzuweisungen legen.

Diese beiden Merkmale bilden die notwendigen und hinreichenden Eigenschaften von Zahlen in den drei Typen von Zahlzuweisungen. Sollen numerische Relative in beliebig erweiterbaren mathematischen Kontexten gebraucht werden, wird darüber hinaus ein drittes Merkmal relevant, nämlich das der Unendlichkeit: Die Progression der Zahlen darf nicht abgeschlossen sein. Wir können somit drei Eigenschaften als konstitutiv für Zahlen identifizieren: (1) Zahlen sind wohlunterschieden, (2) sie sind Elemente einer Progression, und (3) diese Progression ist unendlich.¹² Entitäten, die diese drei Eigenschaften aufweisen, können in den verschiedenen numerischen Kontexten als Zahlen fungieren.

Dies eröffnet uns eine neue Perspektive auf Zahlen: Wir können Zahlen als flexible Werkzeuge ansehen, die bestimmte Kriterien erfüllen (= die drei

konstitutiven Zahl-Eigenschaften aufweisen) müssen, um in unterschiedlichen Anwendungen (= den unterschiedlichen Typen von Zahlzuweisungen) gebraucht zu werden.

Indem ich hier von „Werkzeugen“ spreche, will ich den funktionalen Aspekt dieses Ansatzes hervorheben. Werkzeuge sind nicht um ihrer selbst willen relevant, sondern in Hinsicht auf die Funktion, die sie erfüllen. Bei einem Werkzeug wie beispielsweise einem Hammer ist man nicht so sehr etwa an den unterschiedlichen Farben interessiert, die er haben könnte, sondern daran, inwieweit er dazu geeignet ist, einen Nagel in die Wand zu treiben, und für diesen Zweck muss er bestimmte Kriterien in Bezug auf Gestalt, Härte und Gewicht erfüllen. Diese Kriterien sind es, die einen Hammer charakterisieren: Ein Hammer ist durch seine Funktion als Werkzeug definiert, und für diese Funktion sind genau die Objekte qualifiziert, die die betreffenden Kriterien erfüllen. Nur im Hinblick auf diese Funktion *ist* ein Objekt letztlich überhaupt ein Hammer; in den Worten des Gestaltpsychologen Kurt Koffka:¹³

“As long as no need arises of using a hammer, there will not be any hammers, however many suitable T-shaped objects there may be around.”

Unter dieser Perspektive sind Zahlen nicht abstrakte Objekte mit einer unabhängigen Existenz, die vom menschlichen Geist erfasst werden müssen; sie sind vielmehr Mittel zum Zweck, Werkzeuge, die für bestimmte Funktionen entwickelt und kulturell tradiert werden können.

Wie sind diese Werkzeuge entstanden; welche kognitive Basis gibt es für die Entwicklung einer Progression, deren Elemente empirischen Objekten in einer Verbindung von Relativen zugewiesen werden? Im folgenden Abschnitt argumentiere ich, dass der Gebrauch dieser Progression durch die Entwicklung symbolischen Denkens im Rahmen der Evolution menschlicher Sprache möglich wurde: dass es das Sprachvermögen ist, das uns in die Lage versetzt, ein systematisches Zahlkonzept zu entwickeln.

¹² Zu einer Definition dieser drei Merkmale vgl. bereits Richard Dedekind: *Was sind und was sollen die Zahlen?* Braunschweig: 1887.

¹³ Kurt Koffka: *Principles of Gestalt Psychology*. New York: 1935, S.393.

3. Der Beitrag der Sprache zur Entwicklung eines systematischen Zahlkonzepts

Um den Beitrag des Sprachvermögens zur Entwicklung numerischer Werkzeuge und damit zur Entstehung eines systematischen Zahlkonzepts zu verdeutlichen, werde ich im vorliegenden Abschnitt zunächst einige Merkmale von Sprache als Zeichensystem skizzieren, die sich aus einem spezifischen Zusammenspiel von Ikonizität und Arbitrarität ergeben, um dann aufzuzeigen, inwieweit sich hieraus ein kognitives Muster für die Anwendung von Zahlen ableiten lässt.

3.1 Das Zusammenspiel von Ikonizität und Arbitrarität in Sprache

In Anlehnung an die klassische PEIRCESche semiotische Dreiteilung¹⁴ unterscheide ich ikonische, indexikalische und symbolische Zeichen. Ich gebe im folgenden jeweils kurze Charakterisierungen der unterschiedlichen Arten von Referenz, um vor diesem Hintergrund die für unsere Diskussion relevanten Eigenschaften von menschlicher Sprache als symbolischem Zeichensystem aufzuzeigen.

Ikonische Referenz rekuriert auf eine Ähnlichkeitsbeziehung von Zeichen und Bezeichnetem und ist damit nicht-arbiträr; die Verbindung zwischen einem ikonischen Zeichen und seinem Referenten gründet sich auf Merkmale des Zeichens, die dieses unabhängig vom Referenten besitzt. Ikonische Elemente finden sich häufig auch in der Tierkommunikation, gut untersucht beispielsweise im Fall des Bientanzes: Wie von Frisch nachwies, können zum Stock heimkehrende Honigbienen die Distanz und Lage von Futterquellen durch die Dauer und Ausrichtung ihres Tanzes signalisieren.¹⁵ Die Referenz des Tanzes beruht hier auf Merkmalen, die dieser unabhängig von der Futterquelle besitzt, nämlich

¹⁴ Charles Sanders Peirce: *Collected Papers*, hrsg. von Charles Hartshorne, Paul Weiss (Bände 1-2 [1931], 3-4 [1933], 5-6 [1935]) & Arthur W. Burkes (Bände 7-8 [1958]). Cambridge, Mass.: 1931-1958. Bd.2, § 227ff.

¹⁵ Vgl. Karl von Frisch: *Tanzsprache und Orientierung der Bienen*. Berlin, Heidelberg, New York: 1965. Dies gilt für den Schwänzeltanz, der auf weiter entfernte Futterquellen verweist. Die Form dieses Tanzes ähnelt einer liegenden 8 mit einer langen Geraden in der Mitte. Auf dieser geradlinigen Strecke treten seitliche Schwänzelsbewegungen auf, die durch Vibrationsstöße unterstützt werden. Die Gerade wird bei längerer Entfernung langsamer getanzt, so dass die Dauer der Schwänzelszeit die Länge des Fluges (in Abhängigkeit zum Kraftaufwand für die Biene) signalisiert. Bei Schwänzeltänzen auf horizontaler Fläche im Freien stimmt die Ausrichtung der Geraden zur Sonne bzw. zum polarisierten Licht blauen Himmels mit der Ausrichtung des Fluges zum Futterplatz überein; bei vertikalen Schwänzeltänzen im dunklen Stock wird der Winkel zur Sonne auf den Winkel zum Lot transponiert.

seiner Dauer und Ausrichtung. Diese Merkmale ähneln Merkmalen des Fluges zu der betreffenden Futterquelle (der Flug hat eine bestimmte Dauer und eine bestimmte Ausrichtung zur Sonne, je nach Entfernung und Lage der Futterquelle); die Verbindung von Tanz und Referent kann somit über eine Ähnlichkeitsbeziehung hergestellt werden, der Tanz fungiert als ikonisches Zeichen.

Bei *indexikalischer Referenz* wird die Verbindung von Zeichen und Bezeichnetem durch einen zeitlichen oder räumlichen Bezug hergestellt; Indizes treten gemeinsam mit ihrem Referenten auf. Die Interpretation kann hier unter anderem auf kausale Zusammenhänge rekurrieren, etwa wenn Tränen als Index für Trauer aufgefasst werden. In diesem Fall ist die Verbindung von Zeichen und Bezeichnetem motiviert und nicht-arbiträr. Das Beispiel der Tränen zeigt zudem, dass ein Zeichen nicht intentional erzeugt sein muss, um als Index interpretiert zu werden: Indizes setzen keinen bewussten Sender für die Informationsvermittlung voraus.

Die Interpretation von Indizes muss darüber hinaus nicht notwendig auf eine kausale Verbindung von Zeichen und Bezeichnetem rekurrieren. Insbesondere können bei einer weiteren Auffassung von Indexikalität auch *arbiträre* Zeichen als Indizes angesehen werden, solange sie in einem systematischen zeitlichen oder räumlichen Bezug zu ihrem Referenten stehen. Eine solche weite Auffassung vertritt etwa Deacon in seiner Adaption der PEIRCESchen Dreiteilung für eine Theorie zur Evolution symbolischen Denkens.¹⁶ Nach dieser Auffassung können auch die unterschiedlichen Alarmrufe einiger Tierarten, beispielsweise von Meerkatzen, als indexikalisch verstanden werden.

Aufbauend auf frühen Arbeiten Thomas Struhsackers¹⁷ führten Arbeitsgruppen um die Primatologen Robert Seyfarth und Dorothy Cheney im Amboseli-Nationalpark in Kenia eine Reihe von Studien durch, in denen sie solche

¹⁶ Terrence W. Deacon: *The Symbolic Species*. The Co-evolution of Language and the Brain. New York: 1997.

Dies ist eine weitere Auffassung als die von Peirce vertretene, nach der ein Index von dem Objekt, das es repräsentiert, stets betroffen ist („An *Index* is a sign which refers to the Object that it denotes by virtue of being really affected by that Object“; Peirce 1931-1958, Bd.2, §248).

¹⁷ Vgl. Thomas T. Struhsacker: *Auditory communication among vervet monkeys (Cercopithecus aethiops)*, in: S. A. Altmann (Hrsg.): *Social Communication Among Primates*. Chicago: 1967, S.281-324.

Alarmrufe bei Meerkatzen systematisch untersuchten.¹⁸ Sie konnten nachweisen, dass die Affen mindestens drei verschiedene Alarmrufe bei Bedrohung durch unterschiedliche Raubtiere benutzen. Eine Art von Ruf wird produziert, wenn ein Leopard sich nähert, eine andere, wenn ein Adler gesehen wird, und eine dritte bei Schlangen. Wenn andere Mitglieder der Meerkatzengruppe diese Rufe hören, reagieren sie mit jeweils unterschiedlichen und der jeweiligen Bedrohung angemessenen Verhaltensmustern: Während sie bei Leopardnrufen in einen Baum flüchten, klettern sie bei Adlerrufen aus den Bäumen herab und blicken zum Himmel, und suchen schließlich bei Schlangennrufen das Gras ab.

Diese Rufe sind nicht ikonisch; es besteht keine Ähnlichkeit zwischen einem Alarmruf und dem jeweiligen Raubtier – z.B. klingt der Leopardruf nicht wie das Knurren eines Leoparden, und die Intensität der Rufe hat keinen Einfluss auf die Reaktionen der Meerkatzen. Darüber hinaus weisen Erwerbsdaten und Fälle, in denen Alarmrufe als „Täuschung“ ausgestoßen wurden, darauf hin, dass die Rufe nicht kausal mit ihren Referenten verknüpft sind:¹⁹ Sie sind nicht unwillkürlicher Ausdruck der Angst, die durch den Anblick eines Raubtieres hervorgerufen wird – auch wenn dies diachron vermutlich die Basis für die Entstehung dieser Rufe war –, sondern implizieren zumindest Intentionen erster Ordnung im Sinne Dennetts,²⁰ nämlich bestimmte Überzeugungen oder Wünsche des Senders, etwa die Überzeugung, dass ein Leopard in der Nähe ist, oder der Wunsch, dass andere Meerkatzen in einen Baum flüchten.

Solche Alarmrufe lassen sich somit als intentional einsetzbare Mittel der Kommunikation charakterisieren, die arbiträr mit ihrem Referenten verbunden sind; sie sind indexikalisch insofern, als der Bezug zwischen einem Ruf und einer bestimmten Art von Raubtier auf dem regelmäßigen Zusammenhang zwischen der Produktion des Rufes und der Anwesenheit des Referenten beruht. Da dieser Zusammenhang nicht-kausal ist, kann er in Ausnahmefällen auch umgangen werden; arbiträre Indizes bilden daher bereits den Übergang zu symbolischen Zeichen.

¹⁸ Robert M. Seyfarth, Dorothy L. Cheney & Peter Marler: *Monkey responses to three different alarm calls: Evidence of predator classification and semantic communication*, in: *Science* 210, 1980, S.801-803; sowie Dorothy L. Cheney & Robert M. Seyfarth: *How Monkeys See the World*. Chicago, London: 1990.

¹⁹ Vgl. Cheney & Seyfarth (1990).

²⁰ Daniel C. Dennett: *The Intentional Stance*. Cambridge, Mass.: 1987, Kap.7.

Bei *symbolischer Referenz* ist die Verbindung zwischen Zeichen und Bezeichnetem konventionell gegeben und damit grundsätzlich arbiträr: Die Interpretation von Symbolen rekurriert nicht auf kausale Verbindungen oder auf Ähnlichkeiten zwischen Zeichen und Bezeichnetem. Dies heißt jedoch keineswegs, dass kausale Verbindungen oder Ähnlichkeiten gar nicht auftreten dürfen oder beispielsweise die Form eines bestimmten Symbols nicht motivieren können.

Symbole können sowohl unmotiviert als auch motiviert sein; insbesondere können sie ihren Referenten ähneln und damit ein ikonisches Potential haben, wie dies etwa bei Onomatopoeitika der Fall ist. Wesentlich ist, dass dieses Potential nicht (oder nicht mehr) realisiert wird, d.h. nicht der Konstitution von Referenz dient: Die Verbindung zwischen Zeichen und Bezeichnetem ist nicht durch die Ähnlichkeitsbeziehung determiniert, sondern konventionell bestimmt.

Diese konventionelle Determiniertheit kann einzelsprachliche Unterschiede zwischen motivierten Symbolen bedingen (wie etwa im Fall von Onomatopoeitika wie deutsch Kikeriki versus englisch „cock-a-doodle-do“ und französisch „cocorico“); zudem erlaubt die konventionelle Basis motivierter Symbole eine diachrone Veränderung oder Substitution von Zeichen, die zum Verlust des ikonischen Potentials führen kann, ohne dass dadurch die Referenz des Zeichens betroffen wäre.

Die Bedeutung symbolischer Zeichen fußt zum einen auf dieser konventionellen Festlegung; zum anderen kann sie auf die Stellung des Zeichens innerhalb eines symbolischen *Systems* rekurrieren. Bei einer engen Auffassung von „Symbol“ (wie sie etwa Deacon 1997 vertritt) ist dieser zweite Punkt konstitutiv für symbolische Zeichen schlechthin; in jedem Fall ist er für die Charakterisierung sprachlicher Symbole wesentlich. Das folgende Zitat de Saussures verdeutlicht dies durch einen Vergleich sprachlicher Zeichen mit den Figuren eines Schachspiels:²¹

„Nehmen wir einen Springer: Ist er, für sich betrachtet, ein Bestandteil des Spiels? Sicherlich nicht, weil er als Gegenstand schlechthin, außerhalb seines Feldes und ohne die sonstigen Bedingungen des Spiels nichts darstellt,

²¹ Ferdinand de Saussure: *Cours de linguistique générale*. Paris: 1916; dt.: *Grundfragen der Allgemeinen Sprachwissenschaft*. Übersetzt von Herman Lommel, hrsg. von Charles Bally und Albert Sechehaye un-

sondern erst dann ein wirklicher und konkreter Bestandteil des Spiels wird, wenn er mit einer Geltung ausgestattet ist und diesen Wert verkörpert. Nehmen wir an, daß im Verlauf einer Partie diese Figur entzwei oder verloren gegangen wäre, dann könnte man irgendeinen andern Gegenstand als gleichwertig dafür einsetzen; man könnte nicht nur einen andern Springer, sondern auch irgendeine Figur, die gar nicht wie ein Springer aussieht, für einen solchen erklären, indem man ihr nur diese Geltung gibt und diesen Wert beilegt. Man sieht also, daß in semeologischen Systemen wie der Sprache, wo die Elemente sich nach bestimmten Regeln gegenseitig im Gleichgewicht halten, der Begriff der Gleichheit mit dem der Geltung oder des Wertes zusammenfließt und umgekehrt.“

Es ist somit nicht so sehr das Vorhandensein oder Fehlen eines ikonischen Potentials seiner Elemente, das ein System symbolisch oder ikonisch macht, sondern eher die Art und Weise, in der diese Elemente das System konstituieren. Die Bedeutung sprachlicher Symbole basiert auf systematischen Relationen zu anderen Symbolen; es ist der Zugriff auf diese Relationen, der das symbolische System auszeichnet. Sprachliche Zeichen sind damit grundsätzlich Teil eines Systems und referieren nicht primär als individuelle Elemente, sondern mit Bezug auf ihre Position in diesem System.

Im Fall sprachlicher Symbole verschiebt sich somit die Referenzbeziehung von individuellen Zeichen und individuellen Denotaten auf Relationen zwischen Zeichen und Relationen zwischen Denotaten, d.h. die vertikale Beziehung zwischen Zeichen und Bezeichnetem besteht in einer Verknüpfung von korrespondierenden horizontalen, system-internen Relationen.²² Ich nenne diese Art der Verknüpfung im folgenden „systembedingte Zuordnung“: Die Zuordnung basiert hier nicht primär auf den einzelnen Elementen, sondern wird bedingt durch deren Stellung innerhalb ihres jeweiligen Systems.

Systembedingte Zuordnungen erlauben die Ausbildung systematischer Kompositionalität: Sprachliche Zeichen sind kombinierbar derart, dass der

ter Mitwirkung von Albert Riedlinger. Berlin: ²1967, S.131. Eine ähnliche Analogie findet sich in Ludwig Wittgenstein: *Philosophische Untersuchungen*. Oxford: 1953.

Kompositionalität von Zeichenketten eine Kompositionalität ihrer Bedeutungen gegenübersteht. Abb.3 illustriert dies in einem – stark vereinfachten – Beispiel an dem Satz „Der Hund beißt die Ratte.“. Die relevanten Zeichen-Zeichen-Relationen sind hier die Beziehungen zwischen dem Verb und seinen Komplementen, d.h. ‘Subjekt von’ und ‘Objekt von’. Diese Relationen innerhalb des symbolischen Systems sind verknüpft mit Relationen innerhalb des konzeptuellen Systems: Der Hund ist als Agens, die Ratte als Patiens des Beiß-Ereignisses identifiziert.

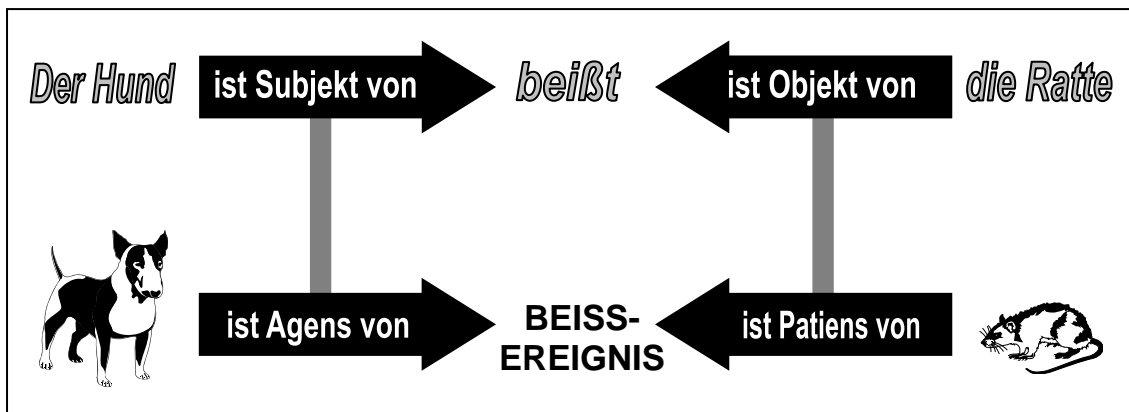


Abb.3: Verknüpfung symbolischer und konzeptueller Relationen

Während die Arbitrarität der Laut-Bedeutungs-Zuordnung auf der Konventionalität individueller sprachlicher Zeichen beruht und damit unter anderem die Einführung neuer lexikalischer Elemente ermöglicht, gründet sprachliche Kompositionalität somit in der systematischen Verknüpfung von Relationen mit Relationen und ermöglicht damit die kreative Generierung komplexer bedeutungsvoller Ausdrücke.

Diese Art der Verknüpfung in Form systembedingter Zuordnungen führt dazu, dass der Arbitrarität individueller Elemente eine Ikonizität auf Systemebene gegenüber steht; die kritische Ähnlichkeit zwischen Zeichen und Bezeichnetem entsteht im Fall sprachlicher Symbole auf der Ebene des Systems. Auf dieser Ebene ist die Verbindung von Zeichen und Bezeichnetem nicht-arbiträr: Sie basiert auf der Entsprechung von Relationen und damit auf einer strukturellen

²² Für eine Diskussion horizontaler Relationen und ihre Unterscheidung von arbiträren vertikalen Relationen zwischen einzelnen Zeichen und dem von ihnen Bezeichneten vgl. bereits Thomas V. Gamkrelidze: *The problem of 'l'arbitraire du signe'*, in: *Language* 50, 1974, S.102-110.

Übereinstimmung zwischen zwei Systemen. In dieser Hinsicht ist etwa die Interpretation des Hundes als Angreifers im obigen Beispiel nicht durch Konventionen der Laut-Bedeutungs-Zuordnung gestützt, sondern basiert auf einem Homomorphismus: Sie ist determiniert durch systembedingte Zuordnungen, die das Subjekt von „beißen“ mit dem Agens des Beiß-Ereignisses verknüpfen.²³

Dieses Zusammenspiel von Arbitrarität und Ikonizität unterscheidet Sprache vermutlich grundsätzlich von tierischen Kommunikationssystemen. Tierische Kommunikationssysteme können, wie wir oben gesehen haben, sowohl ikonische als auch indexikalische Charakteristika aufweisen und dabei auch arbiträre Laut-Bedeutungs-Zuordnungen involvieren (etwa im Fall der Meerkatzen-Alarmrufe). Zudem können sie eine kombinatorische Struktur aufweisen²⁴ und können wechselnden Konventionen unterliegen.

Beispielsweise sind Walgesänge offenbar stark konventionell determiniert und können innerhalb einer Population Veränderungen durchlaufen, die als 'kulturelle Evolution' charakterisiert wurden.²⁵ Unter den Buckelwalen an der australischen Ostküste ist zudem Ende der 1990er ein Fall radikalen Wandels beobachtet worden, der die konventionelle Basis der Gesänge noch stärker hervorhebt: Wie Noads et al. (2000) berichten,²⁶ beeinflussten einige Wale, die von der Westküste kommend neu in das Gebiet eingewandert waren, die Gesänge der dort bereits lebenden Population so stark, dass die Ostküsten-Gesänge im Laufe von nur zwei Jahren vollständig durch eine Westküsten-Variante ersetzt wurden. Noads et al. (2000) charakterisieren diesen Wandel entsprechend als „*cultural revolution*“.

²³ Vgl. hierzu ausführlich Heike Wiese: *Sprachliche Arbitrarität als Schnittstellenphänomen*: Die Integration außersprachlicher Information in das sprachliche System. (in Vorbereitung), Kap.1 und 2.

Eine solche auf Relationen beruhende Verknüpfung kommt einer Art von Ikonizität nahe, die Peirce als „diagrammatisch“ charakterisiert hat. Peirce (1931-1958, Bd.2., §277) unterscheidet drei Arten von Ikonen, nämlich „images“, „metaphors“ und „diagrams“, und definiert letztere als Zeichen, die die Relationen zwischen Teilen des Referenten durch analoge Relationen zwischen ihren eigenen Teilen repräsentieren (vgl. auch die Definition von „diagram“ in Peirce ebd., Bd.4, §418).

²⁴ Ein relativ gut untersuchter Fall sind Vogelgesänge; vgl. etwa zu Nachtigallen H. Hultsch & D. Todt: *Memorization and reproduction of songs in nightingales (Luscinia megarhynchos)*: Evidence for package information, in: *Journal of Comparative Psychology A*, 165, 1989, S.197-203; sowie zu Chickadees (einer nordamerikanischen Meisenart) J. P. Hailman & M. S. Ficken: *Combinatorial animal communication with computable syntax*: Chick-a-dee calling qualifies as “language” by structural linguistics, in: *Animal Behaviour* 34, 1986, S.1899-1901.

²⁵ Zum Begriff der 'kulturellen Evolution' bei Wirbeltieren und Insekten vgl. Paul C. Munding: *Animal cultures and a general theory of cultural evolution*, in: *Ethology and Sociobiology* 1, 1980, S.183-223.

²⁶ Michael J. Noad, Douglas H. Cato, M. M. Bryden, Micheline-N. Jenner & K. Curt S. Jenner: *Cultural revolution in whale songs*, in: *Nature* 408, 2000, S.537.

Was diese Zeichensysteme jedoch von menschlicher Sprache unterscheidet, ist das Fehlen von Ikonizität auf Systemebene in Verein mit individueller Arbitrarität. Wir haben es hier zwar mit konventionellen Lautäußerungen zu tun, und diese Lautäußerungen weisen eine kombinatorische Struktur auf. Die kombinatorische Lautstruktur scheint jedoch nicht in systematischer Verbindung mit einer kompositionellen konzeptuellen Struktur zu stehen; sie bildet nicht die Grundlage für systembedingte Zuordnungen, wie wir sie als konstitutiv für Sprache identifiziert haben. Strukturell unterschiedliche Gesänge, wie sie bei Walen oder Vögeln beobachtet wurden, haben daher eine eher indexikalische Funktion und dienen dazu, beispielsweise verschiedene Individuen, Populationen oder Spezies zu unterscheiden.²⁷

3.2 Systembedingte Zuordnungen als kognitives Muster

Als Ergebnis der vorangegangenen Diskussion lässt sich als wesentliches Charakteristikum menschlicher Sprache ein spezifisches Zusammenspiel von Arbitrarität und Ikonizität festhalten: Während Zeichen und Bezeichnetes auf der Ebene einzelner Elemente konventionell-arbiträr verknüpft sind, weist diese Verknüpfung auf der Ebene des Systems ikonische Merkmale auf. Diese Ikonizität wird durch systembedingte Zuordnungen zwischen Zeichen und Bezeichnetem begründet; symbolische Referenz, wie sie für menschlicher Sprache charakteristisch ist, wird somit durch eine Abbildung zwischen Relativen konstituiert: Wir betrachten die Symbole und ihre Referenten nur insoweit, als sie Teil eines Systems sind, dessen Elemente in spezifischen Relationen zu einander stehen; die Assoziation von Symbolen und ihren Referenten wird durch die Relationen bestimmt, die innerhalb der beiden Systeme bestehen.

Dies ist eben die Art der Zuordnung, wie sie für Zahlzuweisungen notwendig ist: Während wir im Fall von Sprache symbolische Relationen mit Relationen zwischen Objekten verknüpfen, verknüpfen wir in Zahlzuweisungen *numerische*

²⁷ Zum Stellenwert strukturell unterschiedlicher Vogelgesänge vgl. beispielsweise die Untersuchungen von John R. Krebs & Donald E. Kroodsma: *Repertoires and geographical variation in bird song*, in: *Advances in the Study of Behavior* 29, 1980, S.134-177; H. P. Becker: *The coding of species-specific characteristics in bird sounds*, in: Donald E. Kroodsma & E. H. Miller (Hrsg.): *Acoustic Communication in Birds*. New York: 1982, S.213-252.; sowie Robert B. Payne: *Song traditions in indigo buntings*: Origin, improvisation, dispersal, and extinction in cultural evolution, in: Donald E. Kroodsma & E. H. Miller (Hrsg.): *Ecology and Evolution of Acoustic Communication in Birds*. Ithaca, NY: 1996, S.454-473.

Relationen mit Relationen zwischen empirischen Objekten. Abb.4 illustriert dies für unser Marathon-Beispiel von oben. Aufgrund der Parallelen zu symbolischer Referenz können wir für diese Zahlzuweisung eine graphische Darstellung analog zu der für unser sprachliches Beispiel („Der Hund beißt die Ratte.“) aus Abb.3 geben:

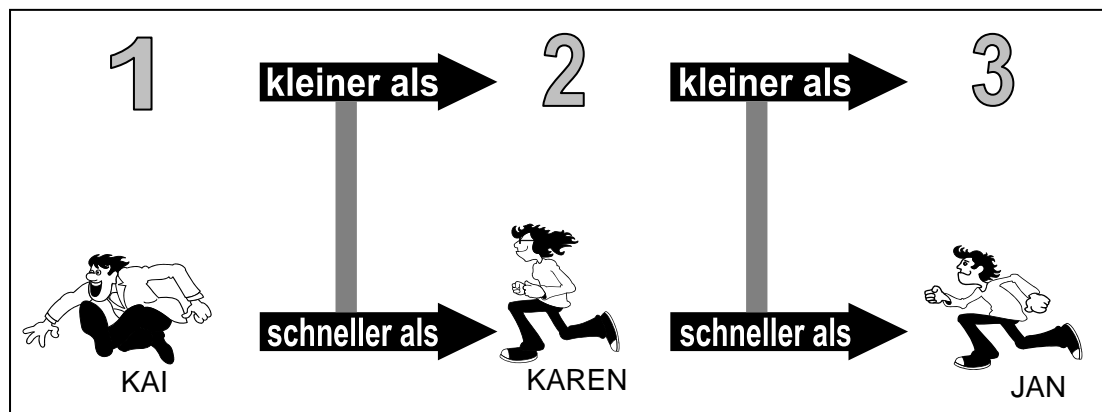


Abb.4: Zahlzuweisungen als Verknüpfung von Relationen

Wir treffen somit dasselbe Muster in Zahlzuweisungen und in symbolischer Referenz an: Wie oben bereits deutlich wurde, bestehen die wesentlichen Verbindungen bei einer Zahlzuweisung nicht zwischen individuellen Zahlen und individuellen Objekten, sondern zwischen einem numerischen Relativ und einem empirischen Relativ, und parallel dazu bestehen auch in symbolischer Referenz die wesentlichen Verbindungen nicht zwischen individuellen Zeichen und individuellen Objekten, sondern zwischen einem Relativ von Zeichen und einem Relativ ihrer Referenten; auf der Ebene individueller Elemente ist die Verbindung arbiträr.

Während in Zahlzuweisungen ein *numerisches* Relativ mit einem empirischen Relativ korreliert wird, ist dies in symbolischer Referenz ein 'symbolisches Relativ'. In beiden Fällen greifen die Verbindungen zwischen Elementen aus zwei Systemen (Verbindungen zwischen einem Symbol und seinem Referenten bzw. zwischen einer Zahl und einem Objekt) auf ihre Positionen in den betreffenden Systemen zu, sie sind konstituiert durch systembedingte Zuordnungen: Verknüpfungen zwischen Relationen, die eine Ikonizität auf Systemebene begründen.

Abb.5 illustriert diese Parallelen:

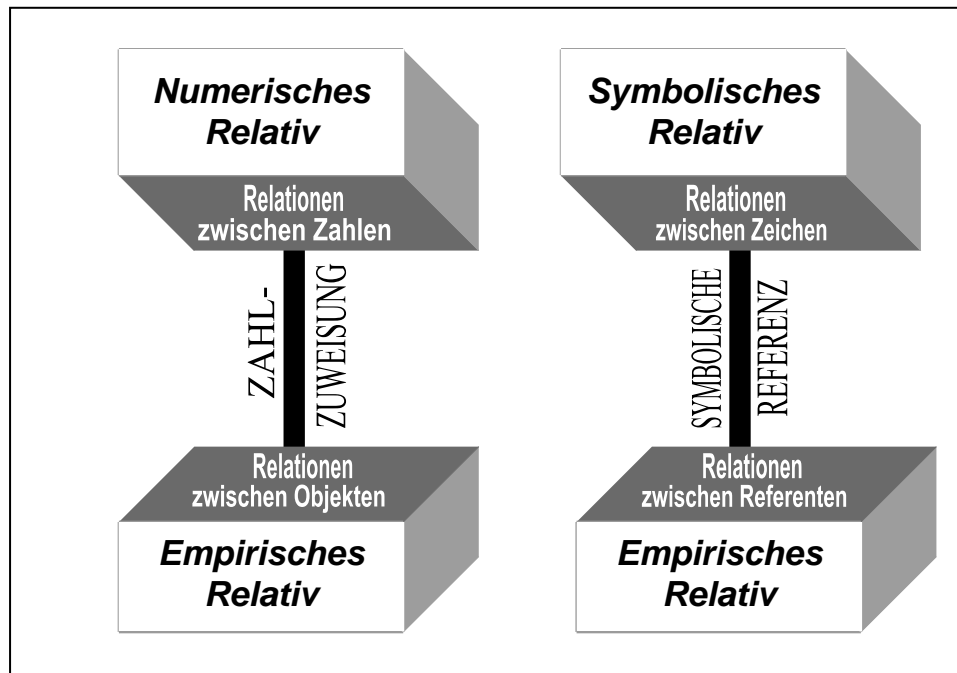


Abb.5: Systembedingte Zuordnungen in Zahlzuweisungen und symbolischer Referenz

4. Sprache und Zahlen – ein kognitiver Zusammenhang

Diese strukturellen Übereinstimmungen mit symbolischer Referenz zeigen einen Weg für die Entstehung systematischer numerischer Kognition auf: In der Evolution unserer Spezies könnte die Entwicklung des Sprachvermögens die Basis für ein Verständnis von Zahlzuweisungen gelegt haben. Nachdem die Schwelle zu symbolischem Denken einmal überschritten war, war ein Paradigma für systembedingte Zuordnungen gelegt, das den Weg für ein systematisches Zahlkonzept bereitete.²⁸

Dies bedeutet, dass wir die Entwicklung unserer Fähigkeit zu systematischen Zahlzuweisungen durch einen relativ kleinen evolutionären Schritt erfassen können. Nach der hier vorgeschlagenen Analyse kam die Fähigkeit, numerische Relative zu gebrauchen nicht plötzlich aus dem Nichts – etwa in Folge

²⁸ Es sei an dieser Stelle betont, dass es hier um das Sprachvermögen, die Entwicklung von Sprache als kognitivem Vermögen in der Geschichte unserer Spezies geht, nicht um den erfolgreichen und vollständigen Erwerb eines bestimmten Sprachsystems in der individuellen Entwicklung. Dies bedeutet auch, dass angeborene oder erworbene sprachliche Beeinträchtigungen nicht notwendigerweise unsere Fähigkeit berühren, Zahlzuweisungen zu erfassen, so lange das grundlegende Sprachvermögen noch in-

einer extrem günstigen Mutation –, sondern konnte auf ein bereits existierendes kognitives Muster aufbauen, das sich im Zusammenhang mit symbolischer Kognition entwickelt hatte.

Mithilfe dieses Musters konnte sich aus prä-numerischen und vorsprachlichen Konzepten kardinaler, ordinaler und nominaler Eigenschaften ein systematisches Konzept von Zahlen entwickeln. Die eingangs erwähnten Tierstudien und Studien mit Neugeborenen und Kleinkindern liefern Evidenz für solche frühen kardinalen Konzepte; ähnliches gilt für prä-numerische (und vorsprachliche) Konzepte sequentiellen Rangs (ordinal) und der Identität von Objekten (nominal).²⁹

Das menschliche Sprachvermögen liefert die wesentliche kognitive Voraussetzung dafür, diese frühen Konzepte in ein systematisches Zahlkonzept zu integrieren, das Konzept einer Progression flexibler und effizienter Werkzeuge, die die betreffenden empirischen Eigenschaften mithilfe systembedingter Zuordnungen zwischen zwei Relativen identifizieren können.

Nicht nur Sprache, sondern auch numerische Kognition können vor diesem Hintergrund als genuin menschliche Fähigkeiten angesehen werden; als kognitive Vermögen, die nicht nur von größerer Komplexität und in einer höheren generellen Intelligenz begründet sind als beispielsweise Tierkommunikationssysteme und frühe Quantitätskonzepte, sondern qualitativ neu und spezifisch für den menschlichen Geist.

Selbstverständlich kann Sprache Informationen über die Welt vermitteln, und dasselbe gilt für andere Kommunikationssysteme – etwa den oben erwähnten Bientanz. Sprache umfasst jedoch weitaus mehr. Sprache ist ein System, das auf systembedingten Zuordnungen zwischen phonologischen, syntaktischen und semantischen Repräsentationen basiert und als solches nicht nur Informationen über die Welt vermitteln kann, sondern es uns ermöglicht, eine unendliche Menge sowohl aktueller als auch hypothetischer Propositionen zu repräsentieren. Sprache begründet so ein „sekundäres Repräsentationssystem“

takt ist (und damit die Fähigkeit, systembedingte Zuordnungen zwischen Elementen aus zwei Relativen herzustellen, die auf arbiträrer individueller Basis eine Ikonizität auf Systemebene begründen).

²⁹ Für eine ausführliche Diskussion der Evidenz für prä-numerische kardinale, ordinale und nominale Konzepte und ihre Integration bei der Entwicklung eines systematischen Zahlkonzepts in Phylogenese und

im Sinne Bickertons,³⁰ das eine mentale Welt schaffen kann, unabhängig von der primären Repräsentation, wie sie durch die Verarbeitung unserer Sinnesorgane gegeben ist.

Wie ich hoffe, im vorliegenden Beitrag deutlich gemacht zu haben, gilt ein paralleles Argument für Zahlen und Kardinalität. Selbstverständlich können Zahlen dazu gebraucht werden, die Kardinalität von Mengen anzuzeigen, und diese Eigenschaft kann auch von Kleinkindern und einigen Tierarten erfasst werden. Unser Zahlkonzept umfasst jedoch weitaus mehr. Es basiert auf systembedingten Zuordnungen zwischen numerischen Werkzeugen und empirischen Objekten und erlaubt uns daher nicht nur kardinale, sondern auch ordinale und nominale Beziehungen zwischen empirischen Objekten präzise zu identifizieren, und legt die Basis für komplexes mathematisches Denken.³¹

Unter dieser Perspektive können sowohl die Sprachfähigkeit als auch der Zahlbegriff als Spezies-spezifische Merkmale angesehen werden, und es ist nicht überraschend, dass beide spezifisch für dieselbe, nämlich die menschliche, Spezies sind: Unter der Voraussetzung der hier entwickelten These, dass Sprache den Weg für numerische Kognition öffnet, liegt es nahe, dass dieselbe Spezies, die das Sprachvermögen als einzigartiges Merkmal besitzt, auch die einzige sein sollte, die ein systematisches Zahlkonzept entwickelt hat.

Ontogenese vgl. Heike Wiese: *Numbers, Language and the Human Mind*. Manuskript, 2002 (zur Veröffentlichung eingereicht), Kap.4-6.

³⁰ Derek Bickerton: *Language and Species*. Chicago: 1990.

³¹ Im vorliegenden Beitrag konnte ich aus Platzgründen auf die Entwicklung mathematischer Konzepte auf der Basis eines systematischen Zahlbegriffs nicht eingehen; für eine Modellierung vgl. Wiese (2002).