

Der Status von Numeralia

Ein Vorschlag zur Deutung der Sonderstellung von Kardinalia, Ordinalia und Nummer-Konstruktionen

1 Einleitung

1.1 *Problemaufriß: Die Klassifizierung von Numeralia*

Aufgrund ihres spezifischen Verhaltens stellen Numeralia häufig ein Problem für die Wortartenklassifikation dar: Einerseits stimmen sie in Kernaspekten ihrer Bedeutung überein - alle Numeralia referieren wesentlich auf Zahlen -, andererseits bestehen zwischen den einzelnen Numeralklassen trotz enger lexikalisch-phonologischer Zusammengehörigkeit zum Teil große morpho-syntaktische Diskrepanzen. Es gibt im wesentlichen zwei Möglichkeiten, diesem Problem zu begegnen: Entweder nimmt man eine spezifische Wortart „Numeralia“ für diese Lexeme an, oder man subsumiert die einzelnen Numeralklassen unter verschiedene andere Wortarten.¹ Beide Ansätze sind letztlich etwas unbefriedigend. Klassifiziert man Numeralia aufgrund morpho-syntaktischer Merkmale als Elemente unterschiedlicher Wortarten, so scheint der enge Zusammenhang der verschiedenen Numeralklassen nicht genügend berücksichtigt zu werden. Im anderen Fall, bei der Postulation einer eigenen Wortart, wird dagegen die morpho-syntaktische Heterogenität von Numeralia kaum erfaßt. Aufgrund des charakteristischen Aufbaus von Numeralsequenzen ist darüber hinaus die Anzahl der Elemente einer solchen Wortart möglicherweise stark reduziert: Anders als andere Ausdrücke bilden Numeralia eine Reihe, deren Elemente eng auf einander bezogen sind; höhere Elemente bauen auf niedrigeren auf und erlangen ihre Bedeutung wesentlich erst durch diese. Man könnte daher argumentieren, daß Elemente einer Numeralklasse, beispielsweise die Kardinalia, keine Menge, sondern nur ein (komplexes) Element bilden, nämlich die Sequenz „ein-, zwei, drei,...“. Eine eigenständige Wortart „Kardinalia“, wie etwa Schmid (1987) sie vorschlägt, hätte dann streng genommen nur ein einziges Element.

Das Problem, das sich bei der Klassifikation von Numeralia stellt, besteht demnach darin, ihre spezifische Verknüpfung und den engen semantisch-konzeptuellen und lexikalischen Zusammenhang der verschiedenen Numeralklassen zu erfassen, ohne jedoch ihre unterschiedlichen morpho-syntaktischen Merkmale zu negieren.

¹ Vgl. etwa Lipczuk (1980), der die Numeralia des Deutschen zwölf verschiedenen Wortarten zuweist.

1.2 Lösungsskizze

Worauf läßt sich das auffällige Verhalten von Numeralia zurückführen? Wie sich im folgenden zeigen wird, kann eine genauere Analyse von Zahlen und Zahlkonzepten Aufschluß über den besonderen Status von Numeralia geben und damit als Basis für einen Ansatz dienen, der nicht nur zur Klärung des Klassifikationsproblems beiträgt, sondern darüber hinaus das spezielle Verhalten von Numeralia auf generelle Phänomene der Schnittstelle Syntax-Semantik zurückführt.

Den Rahmen der Untersuchung wird die Repräsentationstheorie der Messung bilden, die - grob gesprochen - Messung als die homomorphe Abbildung empirischer Objekte auf Zahlen definiert. Numeralkonstruktionen werden entsprechend als natürlichsprachlicher Ausdruck von Messungen charakterisiert werden. Auf dieser Basis wird eine „nicht-platonistische“ Auffassung von Zahlen entwickelt, die Zahlen nicht als abstrakte Entitäten begreift, sondern nach der *als Zahl zu fungieren* als eine bestimmte Funktion definiert ist, die unter anderem von den Elementen von Zählsequenzen (im folgenden: „Numeralia_c“) erfüllt werden kann. Die Argumentation für diese, prima facie recht ungewöhnliche These zum Status von Zahlen und Numeralia wird über die folgenden Schritte laufen:

- Messung ist die Abbildung empirischer Objekte auf Zahlen.
- ⇒ Zahlen sind wesentlich Bilder bei Messungen, also diejenigen Entitäten, auf die Objekte im Rahmen verschiedener Arten der Messung abgebildet werden.
- ⇒ Alle Sequenzen, die die hierfür relevanten Eigenschaften aufweisen, können daher als Zahlen fungieren.
- Zählsequenzen weisen diese Eigenschaften auf.
- ⇒ Numeralia_c können als Zahlen fungieren.

Auf dieser Basis werden semantische Repräsentationen (SR) für die verschiedenen Numeralklassen entwickelt, die gleichermaßen auf Numeralia_c verweisen. Elemente der verschiedenen Numeralklassen beziehen sich jedoch in unterschiedlicher Form auf die (als Zahlen fungierenden) Numeralia_c, diese sind jeweils auf spezifische Weise in die SR integriert; die einzelnen Numeralklassen ähneln daher in ihrer semantisch-konzeptuellen Struktur verschiedenen anderen Wortarten. Es wird sich zeigen, daß es sich hierbei um die Wortarten handelt, mit denen die Numeralklassen jeweils auch morpho-syntaktische Gemeinsamkeiten aufweisen. Die Inkorporierung der „Zahlsequenz“ der Numeralia_c in sprachliche Strukturen führt demnach zu einer Annäherung der verschiedenen Numeralklassen an das morpho-syntaktische Verhalten solcher Wortarten, zu denen sie auch Übereinstimmungen in ihrer semantisch-konzeptuellen

Struktur aufweisen. Das Verhalten von Numeralia läßt somit auf bestimmte Zusammenhänge zwischen morpho-syntaktischer und semantisch-konzeptueller Struktur innerhalb einer Wortart schließen. Im Rahmen des hier entwickelten Ansatzes wird die morpho-syntaktische Heterogenität von Numeralia damit nicht länger als problematisch erscheinen, sondern vielmehr auf generelle Phänomene der Syntax/Semantik-Schnittstelle verweisen.

1.3 Theoretischer Rahmen: Zwei-Ebenen-Semantik

Den theoretischen Rahmen der vorliegenden Untersuchung liefert die Zwei-Ebenen-Semantik; ich nehme also neben der semantischen Ebene SEM ein konzeptuelles System CS zur Repräsentation von Referenzobjekten an. SEM erfaßt sprachliche Strukturen, während CS die konzeptuellen Strukturen umfaßt; semantische Konstanten werden in CS interpretiert und können so Referenzobjekten zugeordnet werden. SEM dient dabei in erster Linie der Vermittlung zwischen CS und dem syntaktischen System SYN: Die SR eines Ausdrucks liefert (i) sein Referenzpotential und (ii) durch die Markierung von Leerstellen in der Argumentstruktur sein semantisches und morpho-syntaktisches Fügungspotential.

Um semantische Repräsentationen für Elemente der verschiedenen Numeralklassen zu entwickeln, werde ich entsprechend in der vorliegenden Untersuchung zuerst die hier relevanten Komponenten des Zahlkonzepts definieren und dann den sprachlichen Ausdruck dieser Konzepte durch Numeralia behandeln. Als Basis für die Definition numerischer Konzepte soll - wie oben angekündigt - im folgenden Abschnitt der Status von Zahlen diskutiert werden.

2 Was sind Zahlen?

Während der Status und die Definition von Zahlen häufig Gegenstand kontroverser philosophischer Diskussionen war, hat dieses Thema in der Linguistik kaum Beachtung gefunden; Zahlen werden als Referenzobjekte von Numeralia im allgemeinen kaum näher definiert. Semantische Untersuchungen zu Numeralia beschränken sich dabei im allgemeinen auf Kardinalkonstruktionen; ich werde daher im folgenden Abschnitt die traditionelle linguistische Auffassung von Zahlen anhand solcher Analysen diskutieren.

2.1 Kritik traditioneller Ansätze zur Analyse von Kardinalia

Zahlen treten in linguistischen Arbeiten im allgemeinen als Ziffern in der SR von Kardinalkonstruktionen auf und sind dort oft nicht näher definiert. Wo sie doch genauer gekennzeichnet werden, geschieht dies in Anlehnung an Freges (1884; 1893) Explikation von Zahlen als Mengen gleichmächtiger Mengen - ohne daß dabei jedoch die Basis dieser Charakterisie-

rung, die FREGESche Definition der 0, der 1 und der Nachfolgerrelation, einbezogen würde.² Es handelt sich daher hierbei nicht um eine eigentliche Definition von Zahlen, sondern eher um eine Beschreibung der Referenzweise von Kardinalia; wollte man die Kennzeichnung einer Zahl n als „die Menge aller n -elementigen Mengen“ als Definition von n verstehen, so wäre diese offensichtlich zirkulär. Zur Illustration sei hier exemplarisch eine Analyse von Bartsch (1973) dargestellt: Bartsch analysiert eine Konstruktion wie „zwei Häuser“ als:

$$\lambda X (X \in {}^c \text{house}' \wedge X \in 2) .$$

house' sei dabei die Menge aller Häuser; ${}^c \text{house}'$ bildet die Potenzmenge dieser Menge, d.h. die Menge aller Mengen von Häusern; 2 steht für die Menge aller zwei-elementigen Mengen. X ist nach dieser Formel sowohl Element von ${}^c \text{house}'$ und demnach eine Menge von Häusern, als auch Element von 2 und somit eine zwei-elementige Menge. Die Menge aller X , die Element von ${}^c \text{house}'$ und 2 sind, „ $\lambda X (X \in {}^c \text{house}' \wedge X \in 2)$ “, ist folglich die Schnittmenge dieser beiden Mengen, d.h. die Menge aller zwei Häuser enthaltenden Mengen.

Im einzelnen kann man diese Paraphrasierung folgendermaßen ableiten:

- „die Menge aller Mengen X , die Element der Menge aller Mengen von Häusern und der Menge aller 2-elementigen Mengen sind“
- ⇒ „die Menge aller Mengen X , deren Elemente Häuser sind und die 2 Elemente besitzen“
- ⇒ „die Menge aller Mengen von 2 Häusern“

Die Charakterisierung von „2“ als Menge aller zwei-elementigen Mengen kann also kaum als Definition von 2 gelten. Die Kennzeichnung von Zahlen als Mengen gleichmächtiger Mengen besagt im wesentlichen, daß (Kardinal-)Zahlen als Prädikate zweiter Stufe zu gelten haben, sich also auf Mengen von Objekten und nicht auf Objekte selbst beziehen.

Eine solche Analyse entspricht prinzipiell denen, die auch für andere Referenzobjekte durchgeführt werden; so ist beispielsweise die Konstante house' in der obigen Formel lediglich als „die Menge aller Häuser“ definiert, ohne daß angegeben wäre, was ein Haus ist. Ähnlich wie „2“ sind demnach auch andere semantische Konstanten oft im wesentlichen als Mengen einer bestimmten Stufe charakterisiert, ohne daß ihre Elemente strikt definiert würden. Ist eine weitere Analyse von Zahlen für linguistische Untersuchungen somit überhaupt sinnvoll? Gibt es Unterschiede zwischen der Referenz von Numeralia und der anderer Wortarten, die eine unterschiedliche Behandlung, nämlich die explizite Definition von Zahlen nahelegen? Und wenn dies der Fall wäre: Hätte eine solche, tiefere Analyse der Numeralreferenten einen Nutzen für die

² Ich kann an dieser Stelle auf die Unzulänglichkeit der ursprünglichen, FREGESchen Zahldefinition als Basis einer Explikation des Zahlkonzepts nicht näher eingehen; vgl. Wiese (1995a) für eine ausführliche Kritik

linguistische Untersuchung, könnte sie zusätzliche Erkenntnisse für die Analyse liefern? Die erste Frage läßt sich eindeutig positiv beantworten: Verschiedene charakteristische Phänomene aus dem Bereich der Numeralreferenz liefern klare Hinweise auf eine striktere Definition der konzeptuellen Repräsentanten von Numeralia gegenüber Referenten anderer Wortarten. So sieht man sich beispielsweise bei der Übersetzung von Numeralia in eine andere Sprache keinem Interpretationsproblem gegenüber; im Gegensatz zu anderen Ausdrücken ist die Koreferenz von Zahlwörtern verschiedener Sprachen völlig eindeutig. Anders als etwa in dem PUTNAMschen Gedankenspiel von Katzen, die sich eines Tages als ferngesteuerte Roboter entpuppen (Putnam 1975), ist in Bezug auf Numeral-Referenten auch keine Erkenntniserweiterung denkbar, die zu einer Veränderung des Konzepts führen würde: Sollte sich plötzlich herausstellen, daß all die Mengen von Entitäten, die bislang als „zwei X“ bezeichnet wurden, in Wirklichkeit vier X sind, die lediglich aufgrund einer universellen optischen Täuschung für Paare gehalten wurden, so würde sich nicht unser Verständnis von „zwei X“ ändern, sondern die Bezeichnung dieser Mengen; „zwei X“ würde seine ursprüngliche, präzise Bedeutung behalten.

Offensichtlich ist mithin eine striktere Definition der konzeptuellen Repräsentanten von Numeralia möglich und auch angemessen. Ist eine Explikation dieses Zahlkonzepts für die linguistische Analyse auch nötig? Diese zweite Frage wird - wie ich hoffe - im Verlauf der vorliegenden Untersuchung beantwortet. Es wird sich zeigen, daß eine solche tiefergehende Analyse eine plausible Erklärung für den Sonderstatus von Numeralia liefern kann und daher auch für die Sprachanalyse relevant ist.

2.2 Welche Eigenschaften brauchen wir für Zahlen?

Um die Frage nach dem Status von Zahlen zu beantworten, soll im vorliegenden Abschnitt untersucht werden, welche Eigenschaften die Referenten von Numeralia aufweisen müssen: Welche Eigenschaften brauchen wir für unsere Entitäten „Zahlen“? Ein solcher, sehr sparsamer Ansatz bietet einerseits die Gewähr, daß in die Definition von Zahlen nur ihre wesentlichen Merkmale eingehen. Er ist andererseits durch die Art der Fragestellung besonders geeignet, genau die Aspekte zu erfassen, die beim Gebrauch von Zahlen wirksam werden, und damit als Basis einer Explikation des Zahlkonzepts zu dienen. Als theoretischer Rahmen bietet sich hierfür die „Repräsentationstheorie der Messung“ an (vgl. Suppes/Zinnes 1963, Orth 1983), die sämtliche Abbildungen auf Zahlen zusammenfaßt.

2.2.1 Die Repräsentationstheorie der Messung

In der Repräsentationstheorie der Messung (im folgenden kurz: RTM) ist Messung als die homomorphe Abbildung eines empirischen auf ein numerisches Relativ definiert; salopp gesprochen, ist nach dieser Auffassung jede Abbildung von Objekten auf Zahlen eine Art der Messung. Die RTM behandelt somit unter dem Begriff der Messung sämtliche Zahlzuweisungen und ist damit in besonderem Maße geeignet, die wesentlichen Aspekte von Zahlen aufzuzeigen.

Als „Messung“ gelten entsprechend im Rahmen der RTM im Unterschied zum alltags-sprachlichen Gebrauch des Ausdrucks nicht nur Gewichts- oder Temperaturmessung o.ä., sondern auch Anzahlzuweisungen, numerische Rangzuweisungen (z.B. „der dritte Mann“) und selbst die identifizierende Numerierung von Objekten (etwa „Bus Nr.129“). Der Übersichtlichkeit halber werde ich mich im folgenden auf die letztgenannten Arten der Messung beschränken und die Messung von Eigenschaften wie Gewicht oder Temperatur vernachlässigen; wie ich in Wiese (1995c) gezeigt habe, können diese Meßarten von Anzahlzuweisungen abgeleitet werden.

Der Begriff der Messung kann nun folgendermaßen definiert werden:

Definition 1: *Messung als Abbildung auf Zahlen*

- **Messung** ist die homomorphe Abbildung eines empirischen Relativs \mathcal{A} auf ein numerisches Relativ \mathcal{B} ;
 - ◆ ein **Relativ** ist ein geordnetes Paar $\langle E, \mathcal{R} \rangle$, wobei E eine Menge von Entitäten ist und \mathcal{R} eine Menge von Relationen über E ;
- die verschiedenen **Arten der Messung** werden nach dem Typ der zugrundeliegenden *Skala* unterschieden;
 - ◆ eine **Skala** ist der Homomorphismus von \mathcal{A} in \mathcal{B} ;
 - ◆ eine Abbildung $f: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ ist **homomorph** genau dann, wenn f
 - (i) jedes $\alpha \in \mathcal{A}$ auf genau ein $\beta \in \mathcal{B}$ abbildet;
 - (ii) jede Relation R über \mathcal{A} auf genau eine Relation Q über \mathcal{B} abbildet,
 so daß für alle Relationen R_i über \mathcal{A} und Q_i über \mathcal{B} und alle $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in \mathcal{A}$ gilt:

$$R_i(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \Leftrightarrow Q_i(f(\alpha_1), \dots, f(\alpha_n))$$

(f soll also nicht nur die Elemente von \mathcal{A} auf die von \mathcal{B} abbilden, sondern auch die Struktur von \mathcal{A} erfassen; bei der Messung müssen demnach bestimmte Relationen innerhalb des Systems \mathbb{N} der natürlichen Zahlen die jeweils relevanten Relationen zwischen den empirischen Objekten abbilden).

Auf der Basis einer solchen, sehr weiten Definition von Messung können Numeralkonstruktionen generell als natürlichsprachlicher Ausdruck von Messungen charakterisiert werden. Für die Analyse von Numeralreferenten soll entsprechend eine „nicht-platonistische“ Auffassung zugrundegelegt werden, die Zahlen wesentlich als Bilder bei Messungen begreift - also als diejenigen Entitäten, auf die Objekte abgebildet werden. Die wesentlichen Eigenschaften von Zahlen sind somit die, die im Rahmen der verschiedenen Arten der Messung wirksam werden: Alle Sequenzen, die die hierfür relevanten Eigenschaften aufweisen, können als Zahlen fungieren. Im nächsten Abschnitt sollen daher die in den verschiedenen Meßarten jeweils fokussierten Eigenschaften von Zahlen behandelt werden.

2.2.2 Meßarten

Nach Definition 1 unterscheiden sich die verschiedenen Arten der Messung nach dem Typ der zugrundeliegenden Skala. Da eine Skala als *Homomorphismus* vom empirischen in das numerische Relativ definiert ist, bildet sie bestimmte Relationen zwischen den empirischen Objekten auf Relationen innerhalb des Systems der natürlichen Zahlen \mathbb{N} ab; die Messung fokussiert damit jeweils bestimmte Eigenschaften der natürlichen Zahlen.³ Für die Charakterisierung von Zahlen soll daher im vorliegenden Abschnitt untersucht werden, auf welche Aspekte von \mathbb{N} die verschiedenen Meßarten Bezug nehmen, welche Eigenschaften natürlicher Zahlen somit für die Messung jeweils relevant sind. Dabei bezeichne u im folgenden das jeweilige „Meßobjekt“ (das Objekt der Messung), n sei die u zugeordnete Zahl ($n \in \mathbb{N}$), und P stehe für die gemessene Eigenschaft.

Es lassen sich nun in Bezug auf die Relationen in \mathbb{N} drei Arten der Messung unterscheiden, die ich im folgenden als „numerische Quantifizierung“, „ordinale Numerierung“ und „nominale Numerierung“ bezeichnen will.

³ Messung ist allerdings nicht auf den Bereich der natürlichen Zahlen beschränkt; der Übersichtlichkeit halber werde ich andere Abbildungen hier jedoch vernachlässigen.

(i) Numerische Quantifizierung: Bezugnahme auf den quantitativen Aspekt von \mathbb{N}

Die „numerische Quantifizierung“ kommt beispielsweise in Konstruktionen wie sieben Zwerge zum Ausdruck. Das Meßobjekt u (hier: die Zwerge) wird als Menge aufgefaßt; die gemessene Eigenschaft P ist die Mächtigkeit von u . Die dem Meßobjekt zugewiesene Zahl n verweist auf die Anzahl seiner Elemente. Die Messung fokussiert hier den quantitativen Aspekt von \mathbb{N} : \mathbb{N} ist eine feste Sequenz wohlunterschiedener Objekte, der Zahlen; infolgedessen kann jedes Element von \mathbb{N} als Abschluß einer quantitativ definiten Teilsequenz von \mathbb{N} aufgefaßt werden. Jede Zahl verweist auf eine bestimmte Teilsequenz von \mathbb{N} und so auf eine bestimmte Quantität. Die u zugeordnete Zahl n steht bei der numerischen Quantifizierung quasi stellvertretend für die Sequenz der Zahlen von „eins“ bis n . Die Mächtigkeit dieser Sequenz stimmt mit der von u überein; n gibt die Quantität von u an, indem sie auf diese, quantitativ definite Teilsequenz von \mathbb{N} verweist.

Sei \mathbb{N}^n die kleinste Teilmenge von \mathbb{N} , die alle Vorgänger von n sowie n selbst umfaßt, so basiert diese Art der Messung demnach auf der Identität von $P(u)$ - der Mächtigkeit von u - und $P(\mathbb{N}^n)$, der Mächtigkeit von \mathbb{N}^n . Im Beispiel der „sieben Zwerge“ heißt dies konkret: Die der Menge der Zwerge zugeordnete Zahl 7 ist der Abschluß der Sequenz \mathbb{N}^7 von 1 bis 7. Diese Teilsequenz von \mathbb{N} hat sieben Elemente, die Zahlen 1,2,...7. Die dem Meßobjekt „Zwerge“ zugeordnete Zahl n ($= 7$) steht bei der Messung stellvertretend für diese Sequenz und verweist so auf eine bestimmte numerische Quantität, die der der Zwerge entspricht. n gibt so die Mächtigkeit von u an.

(ii) Numerierung

Numerierungen werden durch Konstruktionen wie „der vierte ungedeckte Scheck“ oder „Fußballspieler Nummer zehn“ ausgedrückt. Bei Numerierungen werden die Meßobjekte (in den Beispielen ungedeckte Schecks oder Fußballspieler) nicht als Mengen, sondern als einzelne Objekte aufgefaßt. Die u zugeordnete Zahl n verweist bei diesen Formen der Messung nicht auf eine Teilsequenz \mathbb{N}^n von \mathbb{N} , sondern besitzt die gemessene Eigenschaft selbst; es gilt: $P(u) = P(n)$.

(iia) Ordinale Numerierung: Bezugnahme auf den ordinalen Aspekt von \mathbb{N}

Bei ordinaler Numerierung gibt die einem Meßobjekt zugeordnete Zahl n den Rang von u in einer Menge α an. Voraussetzung hierfür ist, daß α eine *geordnete* Menge, eine Sequenz ist. So sind etwa im Fall der Schecks die Elemente von α ungedeckte Schecks, die z.B. durch ihr zeitliches Auftreten geordnet sind; die dem Meßobjekt zugeordnete Zahl 4 gibt seinen Rang

in α an: u ist der vierte in einer Reihe ungedeckter Schecks. Die gemessene Eigenschaft P ist bei ordinaler Numerierung demnach der Rang der Meßobjekte in einer Sequenz α . Da auch \mathbf{N} eine Sequenz ist, besitzen seiner Elemente die Eigenschaft „Rang“ ebenfalls; jede Zahl hat aufgrund der Ordnung von \mathbf{N} durch „ $<$ “ eine feste Position in \mathbf{N} inne. Die zugeordnete Zahl n kann daher bei der Messung direkt auf einen Rang verweisen: n gibt den Rang von u in α an, indem sie auf ihren eigenen Rang in \mathbf{N} verweist; in unserem Beispiel: Die Zahl „4“ identifiziert den Rang des Meßobjekts in einer Sequenz α von ungedeckten Schecks durch ihren eigenen Rang in \mathbf{N} , 4 hat dieselbe Position in \mathbf{N} inne wie u in α . Ordinale Numerierung nimmt somit auf den ordinalen Aspekt von \mathbf{N} Bezug; die relevante Eigenschaft natürlicher Zahlen ist hier ihre sequentielle Ordnung.

(iib) Nominale Numerierung: Bezugnahme auf den nominalen Aspekt von \mathbf{N}

Ein Beispiel für nominale Numerierung ist die oben erwähnte Numerierung von Fußballspielern. Bei dieser Meßart erfüllen Zahlen eine rein identifizierende Funktion; die gemessene Eigenschaft P ist hier nicht der Rang, sondern lediglich der „Name“ / die Nummer der Meßobjekte in einer Menge α , die zugeordnete Zahl n dient als *label* von u in α . Die einzige Eigenschaft, die Zahlen aufweisen müssen, um eine solche Funktion zu erfüllen, ist ihre Wohlunterscheidbarkeit: Alle Elemente von \mathbf{N} sind wohlunterschiedene Entitäten und können daher zur Identifizierung der Meßobjekte dienen. Nominale Numerierung nimmt also lediglich auf den nominalen Aspekt von \mathbf{N} Bezug.

2.2.3 Skizze von Zuordnungsfunktionen für die verschiedenen Meßarten

Auf der Basis dieser Analysen können nun die Zuordnungsfunktionen „Anz“, „Nu_{ord}“ und „Nu_{nom}“ skizziert werden, die weiter unten zur Formalisierung der numerischen Quantifizierung, der ordinalen und der nominalen Numerierung, respektive, dienen sollen:

- **Anz** bildet eine Menge u auf eine Zahl n ab, wobei u und \mathbf{N}^n gleichmächtig sind.
- **Nu** bildet ein Element u einer Menge α auf eine Zahl n ab, wobei
 - (a) u denselben Rang in α hat wie n in \mathbf{N} (**Nu_{ord}**), oder
 - (b) u durch n in α identifiziert wird (**Nu_{nom}**).

Diese vorläufige Skizze faßt die drei Funktionen zusammen, die Zahlen in den verschiedenen Arten der Messung erfüllen: Mächtigkeitsangaben, Rangzuweisungen und Identifikation. Im folgenden Abschnitt können nun die notwendigen und hinreichenden Eigenschaften identifiziert werden, die Zahlen hierbei aufweisen müssen; dies sind dann nach den oben getroffenen Voraussetzungen genau die Eigenschaften, die wir für unsere Entitäten „Zahlen“ brauchen.

2.3 Fazit: notwendige und hinreichende Bedingungen für \mathbf{N}

Elemente von \mathbf{N} dienen somit zur numerischen Quantifizierung, zur ordinalen Numerierung und zur nominalen Numerierung. Wie die obige Diskussion ergeben hat, sind für diese Meßarten die folgenden Aspekte von \mathbf{N} relevant:

- der *nominale* Aspekt: jedes Element von \mathbf{N} ist von allen anderen Elementen wohlunterschieden;
- der *ordinale* Aspekt: jedes Element von \mathbf{N} hat eine bestimmte Position in \mathbf{N} ;
- der *quantitative* Aspekt: jedes Element von \mathbf{N} hat eine bestimmte Anzahl von Vorgängern.

Der nominale Aspekt von \mathbf{N} ist eine grundlegende Eigenschaft aller Mengen; jede Menge stellt einer Zusammenfassung diskreter, wohlunterschiedener Objekte dar.⁴ Der quantitative und der ordinale Aspekt leiten sich aus dem Sequenzcharakter von \mathbf{N} ab: Da die Elemente von \mathbf{N} wohlgeordnet sind, haben sie eine bestimmte Position in \mathbf{N} inne (ordinaler Aspekt) und bilden den Abschluß einer festen und damit quantitativ definiten Teilsequenz von \mathbf{N} (quantitativer Aspekt). Soll der Anwendungsbereich für Zahlen beliebig erweiterbar sein, so muß \mathbf{N} darüber hinaus das Merkmal der Unendlichkeit aufweisen. Es lassen sich also insgesamt drei wesentliche Eigenschaften für die Bilder in den besprochenen Messungen, d.h. für Zahlen ableiten; als Menge der natürlichen Zahlen \mathbf{N} können all jene Mengen α fungieren, die folgende Bedingungen erfüllen:

- (i) Alle $x \in \alpha$ müssen wohlunterschieden sein;
- (ii) α muß eine Sequenz, d.h. geordnet sein;
- (iii) α muß einfach unendlich sein.

Dies sind - nebenbei bemerkt - genau die Eigenschaften, die schon Dedekind (1887) als notwendige und hinreichende Bedingungen natürlicher Zahlen zusammenfaßt (vgl. hierzu Wiese 1995a).

Als Ergebnis der bisherigen Diskussion läßt sich damit zusammenfassen: Die Bedingungen in (i) - (iii) nennen genau die Merkmale, die unsere Entitäten „Zahlen“ aufweisen müssen; Zahlen sind demnach nicht gewisse abstrakte Objekte, sondern *als Zahl gebraucht zu werden*, ist eine bestimmte Funktion, die von allen Sequenzen ausgeübt werden kann, die diese Bedingungen erfüllen.

⁴ Vgl. die klassische Mengendefinition bei Cantor (1895): „Unter einer „Menge“ verstehen wir die Zusammenfassung M von bestimmten wohlunterschiedenen Objekten m unserer Anschauung oder unseres Denkens (welche die „Elemente“ von M genannt werden) zu einem Ganzen.“ (S.481).

2.4 Konsequenz: Zählsequenzen als Systeme in Zahlfunktion

Welche Sequenzen können diese Funktion erfüllen? Diese Frage führt zurück zum Ausgangspunkt, dem Status von Numeralia. Interessanterweise erfüllen nämlich Zählsequenzen die genannten Bedingungen: Die Elemente von Zählsequenzen, Numeralia_c, sind wohlunterschiedene (sprachliche) Entitäten, die einer festen Reihenfolge unterliegen und aufgrund ihrer rekursiven Bildungsweise ein einfach unendliches System bilden. Zählsequenzen selbst können demnach als Zahlen fungieren:

Zählsequenzen als mögliche Systeme N:

- (i) Alle $x \in \mathbf{N}$ müssen wohlunterschieden sein.
 - Numeralia_c sind wohlunterschiedene phonologische Entitäten.
- (ii) N muß eine Sequenz, d.h. geordnet sein.
 - Die Elemente von Zählsequenzen stehen in einer festen Reihenfolge.
- (iii) N muß einfach unendlich sein.
 - Die Bildung von Numeralia_c unterliegt rekursiven Regeln; Zählsequenzen sind daher (potentiell) unendlich.

Als erste Konsequenz unserer Analyse ergibt sich damit eine völlig neue Sichtweise von Numeralia_c: Anders als andere sprachliche Elemente bezeichnen die Elemente von Zählsequenzen nicht außersprachliche Entitäten, sondern stehen bereits als phonologische Einheiten auf einer Stufe mit diesen. Numeralia_c sind nicht Designate für Zahlen, sondern bilden selbst Systeme in Zahlfunktion; sie nehmen damit eine Sonderstellung gegenüber anderen Ausdrücken ein, die einen Ansatz zur Erklärung des auffälligen Verhaltens von Numeralia in sprachlichen Strukturen bieten könnte. Darüber hinaus erlaubt uns diese unorthodoxe Auffassung von Zählsequenzen eine sehr sparsame, „OCKHAMSche“ Analyse von Zahlen: Da Numeralia_c selbst als Zahlen fungieren, ist eine Erweiterung des Universums um zusätzliche, abstrakte Entitäten „Zahlen“ nicht notwendig.

Der Sonderstatus von Numeralia_c zeigt sich unter anderem im Erstspracherwerb. Zählsequenzen werden nicht als Mengen von Bezeichnungen für Objekte (oder Sachverhalte) erworben, sondern als feste Reihe anfangs weitgehend sinnloser Elemente, die dann im Rahmen von Zählspielen eine spezifische, rein instrumentelle Funktion erfüllen (vgl. Durkin et al. 1986; Fuson et al. 1982). Hierbei werden sie zwar außersprachlichen Objekten zugewiesen, die Korrelation von Numeralia_c mit Objekten erfolgt jedoch nach Prinzipien, die denen für die Zuweisung anderer sprachlicher Ausdrücke fast diametral entgegengesetzt sind: Während zur Festle-

gung der Referenz im Erstspracherwerb normalerweise (i) ein *label* für ähnliche Objekte gebraucht wird, und (ii) einem Objekt nicht mehrere *labels* zugewiesen werden (vgl. Markman 1989), kehrt sich dies bei Numeralia_c genau um: Einerseits werden beim Zählen ähnlichen Objekten gerade unterschiedliche Ausdrücke zugewiesen, andererseits kann ein und dasselbe Objekt in verschiedenen Zählvorgängen unterschiedliche Numeralia_c erhalten. Numeralia_c besitzen also von Anfang an einen speziellen, nicht-referentiellen Status, der sie von anderen Ausdrücken entscheidend abhebt.

Auf der Basis dieser spezifischen Charakterisierung von Zählsequenzen können nun zur Formalisierung der konzeptuellen Strukturen von Kardinal-, Ordinal- und Nummer-Konstruktionen die verschiedenen Komponenten des Zahlkonzepts definiert werden.

3 Konzeptuelle Strukturen von Numeralkonstruktionen: Komponenten des Zahlkonzepts

Vor dem Hintergrund der bislang entwickelten Thesen zur Struktur von Messungen und dem Status von Zahlen und Zählsequenzen werden im vorliegenden Abschnitt die entsprechenden numerischen Konzepte definiert. Die Grundlage bildet nach den obigen Analysen eine einfach unendliche Sequenz N ; die Elemente dieser Sequenz fungieren dann als Bilder in den Meßarten der numerischen Quantifizierung, der ordinalen Numerierung und der nominalen Numerierung. Basiskomponente des Zahlkonzepts ist somit die Repräsentation einer Zählsequenz als mögliches System N ; mithilfe der oben (2.2.3) skizzierten Funktionen Anz , Nu_{ord} und Nu_{nom} können darauf aufbauend dann die Konzepte „Anzahl“, „Rang“ und „(identifizierende) Nummer“ definiert werden.

3.1 Basiskomponente: Die Zählsequenz als mögliches System N

Da die Zählsequenz selbst als mögliches Sequenz N fungiert, muß sie bereits für das konzeptuelle System definiert werden. Die Zählsequenz ist als rekursiv aufgebautes (und damit potentiell unendliches) System repräsentiert, das durch eine Ordnungsfunktion, die Relation „<“, Sequenzcharakter erhält. Der Übersichtlichkeit halber gebe ich hier nur eine Skizze einer solchen Definition für das Deutsche an (für eine detaillierte Darstellung vgl. Wiese 1995c):

- N wird induktiv, auf der Basis der „Einer“ (N_E), definiert:
 - ◆ N_E (eins bis neun) ist endlich und kann durch Aufzählung definiert werden.
 - ◆ Die weiteren Klassen sind: N_Z („Zehner“: zehn bis neunundneunzig), N_H („Hunderter“: einhundert bis neunhundertneunundneunzig), N_T („Tausender“) und N_M („Millionen“: ab eine Million): $N = N_E \cup N_Z \cup N_H \cup N_T \cup N_M$;

da die letzte Klasse, N_M , nach oben offen ist, ist N unendlich.

- ◆ Elemente der weiteren Klassen werden durch Konstruktionsregeln generiert, die jeweils auf Elemente niedrigerer Klassen und multiplikative „Schwellenwörter“⁵ (zig, hundert, tausend, Million) sowie das additive Element und zugreifen;

jede Klasse mit Ausnahme der „Einer“ besteht aus zwei Subklassen:

- (i) eine Klasse N_S der multiplikativ aufgebauten „Schwellen“ (z.B. zehn, zwanzig, fünfzehntausend);
- (ii) eine Klasse N_A , die die additiv aus einer Schwelle und einem weiteren Element zusammengesetzten Numeralia enthält (z.B. zweiundzwanzig; fünfzehntausendundsechs):

$$N_\alpha = N_{\alpha S} \cup N_{\alpha A} \text{ für alle } \alpha \in \{Z, H, T, M\}.$$

- Den Generierungsregeln für N als einfach unendlicher Menge wird die Definition einer zweistelligen, totalen Relation „ $<$ “ über N angeschlossen, die den sequentiellen Charakter erzeugt;

die Definition von $(N; <)$ folgt dem induktiven Aufbau von N und legt durch Fallunterscheidung Wahrheitswerte für $n < m$ für alle $n, m \in N$ je nach ihrer Klassenzugehörigkeit fest.

- Zur Berücksichtigung idiosynkratischer Abweichungen von der generellen Struktur der Numeralsequenz (wie zwanzig statt zwei-zig u.ä.) kann eine Funktion ρ über N definiert werden, die die „vorläufigen“ Numeralia in „endgültige“ überführt: $\rho: N \rightarrow N$;

die Definition von ρ folgt der von N ; die Ordnung von N durch „ $<$ “ bleibt in N erhalten:

$$\text{Für alle } \alpha', \beta' \in N \text{ mit } \alpha' = \rho(\alpha) \text{ und } \beta' = \rho(\beta) \text{ [mit } \alpha, \beta \in N]: \alpha' < \beta' \text{ gdw } \alpha < \beta .$$

3.2 Numerische Konzepte, die auf N aufbauen

Unter Rekurs auf ein solches unendliches, geordnetes System N wohlunterschiedener Entitäten können nun sämtliche Formen der Messung definiert werden. Wie oben skizziert, formalisiere ich die verschiedenen Meßarten mithilfe der Funktionen Anz , Nu_{ord} und Nu_{nom} .

3.2.1 Numerische Quantifizierung: „Anzahl“

Die numerische Quantifizierung besteht - wie in 2.2.2 besprochen - in der Zuweisung eines Elements n von N , das als Abschluß einer Teilsequenz N^n von N fungiert; die Bedeutsam-

⁵ Vgl. Menninger (1979³).

keit dieser Messung basiert auf der Gleichmächtigkeit von \mathbf{N}^n mit dem Meßobjekt. Definition 2 formalisiert dies:

Definition 2: *Anzahlzuweisung: numerische Quantifizierung durch Anz*

Sei

- n ein Numerale ($n \in \mathbf{N}$);
- α eine Menge;
- \mathbf{N}^n eine Teilmenge von \mathbf{N} ($\mathbf{N}^n \subset \mathbf{N}$), für die gelte:
für alle $v \in \mathbf{N}$: $v \in \mathbf{N}^n$ genau dann, wenn $v \leq n$,

dann sei $Anz(\alpha, n)$ wahr genau dann, wenn

- es möglich ist, eine eindeutige Abbildung f von α auf \mathbf{N}^n zu konstruieren, d.h.
 - ◆ jedem $x \in \alpha$ genau ein $v \in \mathbf{N}^n$ zuzuordnen und
 - ◆ jedes $v \in \mathbf{N}^n$ genau einem $x \in \alpha$ zuzuordnen.

Da nach der obigen Diskussion die Zählsequenz als ein System \mathbf{N} gilt, konnte in diese Formalisierung des Anzahlkonzepts das *Zählen* als Basis numerischer Quantifizierung eingehen: die eins-zu-eins-Zuweisung von Numeralia_c (nämlich der Elemente von \mathbf{N}^n) an die Elemente der gezählten Menge α . Die Definition kann damit auf ein zentrales Element der *common sense*-Ontologie von Anzahlen zurückgreifen; in die Formalisierung von Anzahlzuweisungen konnte das Verifikationsverfahren direkt einfließen.

Abbildung 1 stellt die Zuweisung von Numeralia durch *Anz* graphisch dar:

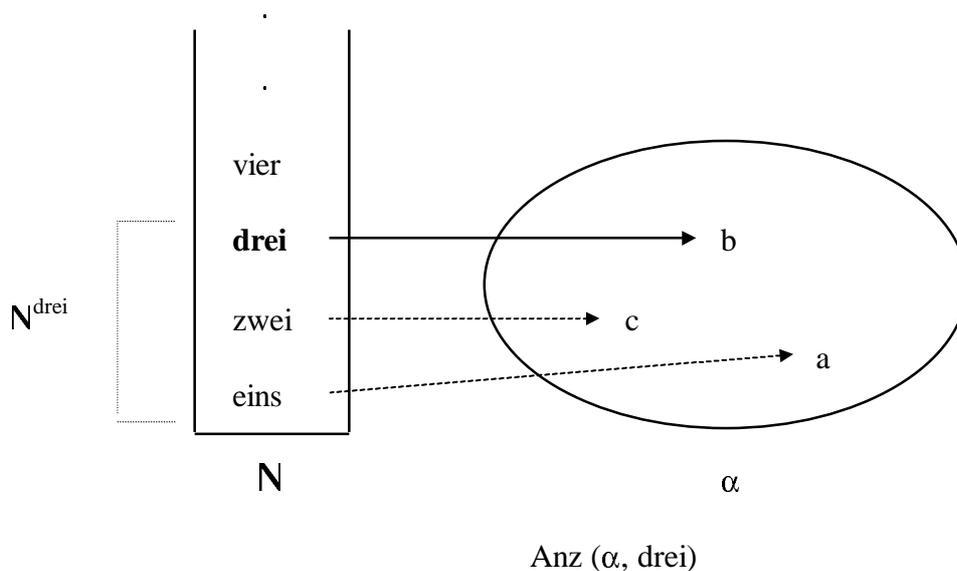


Abbildung 1: Zuweisung von Numeralia durch *Anz*

3.2.2 Numerierung

Wie oben (2.2.2) festgestellt, erfolgt bei den Meßarten der Numerierung die Zahlzuweisung an ein Meßobjekt in seiner Eigenschaft als Element einer Menge α . Die Meßobjekte selbst werden anders als bei der numerischen Quantifizierung nicht als Mengen, sondern als einzelne Entitäten behandelt. Definition 3 gibt die Formalisierung einer allgemeinen Funktion Nu für Numerierungen; diese wird im folgenden für ordinale und nominale Zahlzuweisungen spezifiziert.

Definition 3: *Numerierung durch Nu*

Sei

- n ein Numerales ($n \in N$);
- α eine Menge;
- u eines der Elemente von α ($u \in \alpha$);
- N' eine Teilmenge von N ($N' \subset N$),

dann sei $Nu(u, \alpha, n)$ wahr genau dann, wenn

- eine homomorphe Abbildung f von α auf N' existiert
- und $f(u) = n$ ist.

Der Unterschied zu numerischer Quantifizierung manifestiert sich insbesondere in der Festlegung der Zuordnungsfunktion f : f sichert hier nicht nur die Gleichmächtigkeit einer

Menge empirischer Objekte mit einer Teilmenge von \mathbb{N} , sondern ist eine *homomorphe* Abbildung empirischer auf numerische Objekte; f konstituiert also den Meßvorgang selbst. Die beiden Arten der Numerierung unterscheiden sich in Bezug auf das empirische Relativ α und damit auch hinsichtlich der Funktionsweise von f .

3.2.2.1 Ordinale Numerierung: „Rang“

Bei ordinaler Numerierung gibt das zugeordnete Numerale n den Rang des Meßobjekts in einer Menge α an. Voraussetzung für die Messung ist hier, daß über α eine Ordnungsrelation R besteht, die zugleich ein Anfangsglied e festsetzt, bei dem die Zahlzuweisung beginnt. Definition 4 formalisiert dies mithilfe des Begriffs der „Progression“:

Definition 4: *Notwendige und hinreichende Bedingungen für eine Progression*

Sei

- α eine Menge
- R eine asymmetrische, antireflexive und transitive Relation über α ;
- e ein Element von α , für das gilt: $\neg \exists x \in \alpha (R(x,e))$,

dann ist α eine Progression, die von R geordnet ist.

Ist R beispielsweise eine Relation „größer“, so wäre e das größtes Element von α . e würde bei der Messung die „eins“ erhalten; das nächstgrößere Element von α erhielte die „zwei“ usw. Die Zuordnungsfunktion f müßte also bei ordinaler Numerierung R auf die Relation „ $<$ “ in \mathbb{N} abbilden; f weist dann einem Element u von α stets genau das Numerale zu, das in \mathbb{N} denselben Rang innehat wie u in α . Die Funktion Nu_{ord} zur Formalisierung des Konzepts „Rang“ kann entsprechend folgendermaßen definiert werden:

Definition 5: *Stellenwertzuweisung durch Nu_{ord}*

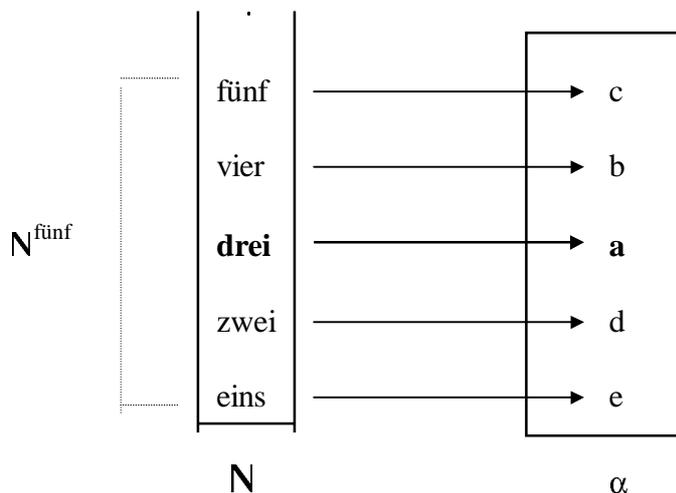
Sei

- n ein Numerale ($n \in \mathbb{N}$);
- α eine Progression, die durch eine Relation R geordnet ist
- u eines der Elemente von α ($u \in \alpha$);
- \mathbb{N}^p eine Teilmenge von \mathbb{N} ($\mathbb{N}^p \subset \mathbb{N}$), für die gelte:
für alle $v \in \mathbb{N}$: $v \in \mathbb{N}^p$ genau dann, wenn $v \leq p$;
- $n \leq p$,

dann sei $Nu_{ord}(u,\alpha,n)$ wahr genau dann, wenn

- eine eindeutige Abbildung f von α auf \mathbb{N}^P existiert, mit
 - $R(x,y)$ gdw $<(f(x), f(y))$ für alle $x,y \in \alpha$,
- und $f(u) = n$ ist.

Abbildung 2 veranschaulicht die Funktionsweise von Nu_{ord} :



$Nu_{ord}(a, \alpha, \text{drei})$

Abbildung 2: Zuweisung von Numeralia durch Nu_{ord}

3.2.2.2 Nominale Numerierung: „Nummer“

Nominale Numerierung ist die Meßart, die den wenigsten Restriktionen unterworfen ist: Da die zugeordneten Numeralia hier lediglich zur Identifizierung der Meßobjekte dienen, genügt die Festlegung, daß f eine *injektive* Funktion ist, d.h. f weist nie zwei Numeralia demselben Element von α zu. Das Konzept „Nummer“ kann durch die folgende, sehr schwache Definition einer Funktion Nu_{nom} zur nominalen Numerierung erfaßt werden:

Definition 6: *Identifikation durch Nu_{nom}*

Sei

- n ein Numerales ($n \in \mathbb{N}$);
- α eine Menge;
- u eines der Elemente von α ($u \in \alpha$),

dann sei $Nu_{nom}(u, \alpha, n)$ wahr genau dann, wenn

- es eine injektive Funktion f von α auf \mathbb{N} gibt
- und $f(u) = n$ ist.

Abbildung 3 gibt eine Illustration für die Zuweisung von Numeralia durch Nu_{nom} :

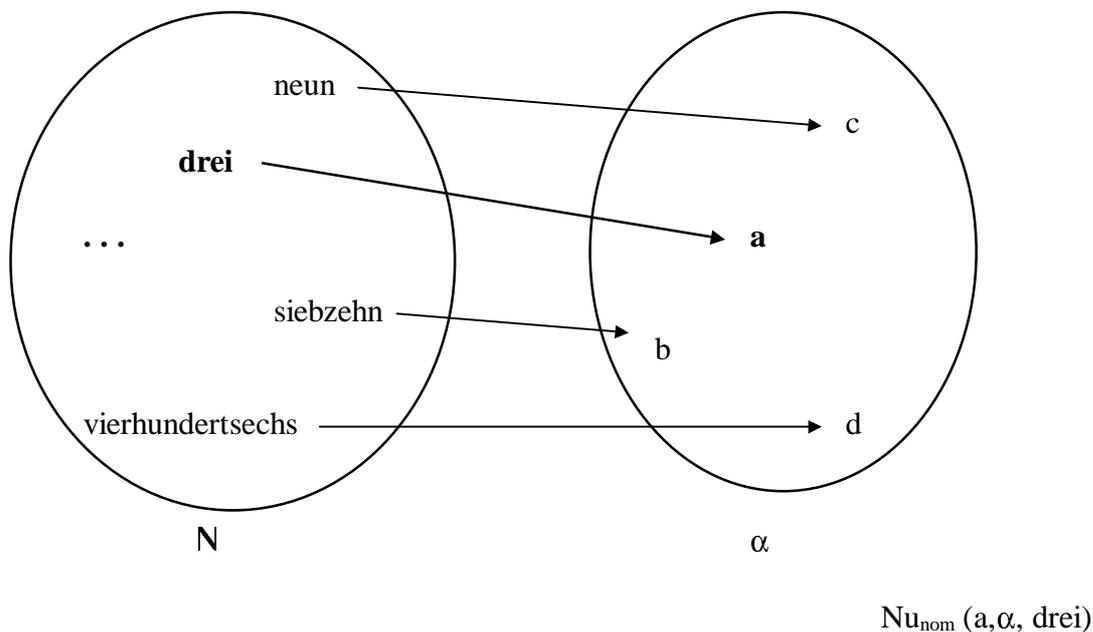


Abbildung 3: Zuweisung von Numeralia durch Nu_{nom}

Wie die Abbildung illustriert, ist bei dieser Art der Messung lediglich die Nicht-Identität der den Meßobjekten zugeordneten Elemente relevant. Die Definition von Nu_{nom} könnte daher neben Numeralia auch (wohlunterschiedene) Elemente anderer geordneter, und selbst nicht-geordneter, Mengen als Funktionswerte von f zulassen. Eine solche Erweiterung von Nu_{nom} zu einer allgemeinen Funktion Nom , die die Abbildung von Objekten auf phonologische oder graphemische Einheiten regelt, müßte dann folgendermaßen aussehen:

Definition 7: *Identifikation von Objekten durch Nom*

Sei

- μ eine Menge graphemischer und / oder phonologischer Entitäten
($\mu = \mathbf{N} \cup \{a, b, \dots, z\} \cup \dots$);
- m ein geordnetes n -Tupel aus μ ;
($m = \langle m_1, m_2, \dots, m_n \rangle$ mit $m_1, m_2, \dots, m_n \in \mu$; $m \in \mathcal{P}(\mu)$);
- α eine Menge;
- u eines der Elemente von α ($u \in \alpha$),

dann sei $Nom(u, \alpha, m)$ wahr genau dann, wenn

- es eine injektive Funktion f von α auf $\mathcal{P}(\mu)$ gibt
- und $f(u) = m$ ist.

Bei nominaler Numerierung werden somit kaum spezifische Eigenschaften von N in die Abbildung einbezogen. Das Konzept „Nummer“ wird daher später als die anderen numerischen Konzepte erworben; die Erwerbsreihenfolge der Komponenten des Zahlkonzepts entspricht der abnehmenden „Zahlartigkeit“ der Bilder bei der Messung.

4 Semantische Strukturen von Numeralkonstruktionen:

Der sprachliche Ausdruck numerischer Konzepte

Im vorangegangenen Abschnitt wurden mithilfe der Funktionen Anz , Nu_{ord} und Nu_{nom} drei Komponenten des Zahlkonzepts formalisiert, die verschiedene Arten der Messung repräsentieren, nämlich numerische Quantifizierung, ordinale Numerierung und nominale Numerierung. Allen drei Meßarten ist der Bezug zu N gemeinsam; ihre Unterschiede bestehen in der Struktur des numerischen Relativs und dementsprechend in der Art der Abbildung von Meßobjekten auf Elemente von N . Die hier diskutierten numerischen Konzepte unterscheiden sich somit durch die Art, in der die ihnen zugrundeliegenden „Meßfunktionen“ Anz , Nu_{ord} und Nu_{nom} empirische Objekte mit Elementen von N verknüpfen. Nachdem in Abschnitt 3.1 Zählsequenzen als mögliche Systeme N charakterisiert wurden, konnten die Funktionswerte der drei Meßfunktionen als $Numeralia_c$ identifiziert werden; die Gemeinsamkeit der drei Konzepte liegt somit in ihrem Rekurs auf die Zählsequenz. Der Sonderstatus dieser „Sequenz in Zahlfunktion“ bietet zugleich einen Erklärungsansatz für das spezielle Verhalten von $Numeralia_c$: Da $Numeralia_c$ nicht nur ein mögliches System N bilden, sondern zugleich phonologische Einheiten darstellen, können sie zum Ausdruck der verschiedenen numerischen Konzepte direkt in sprachliche Strukturen integriert werden. Diese Integration manifestiert sich in den verschiedenen Numeralklassen; $Numeralia_c$ bilden somit den lexikalischen *und* semantischen Kern von Kardinalia, Ordinalia und #-Numeralia. Der enge Zusammenhang der verschiedenen Numeralklassen rührt demnach aus ihrem gemeinsamen Bezug zur Zählsequenz. Es wird sich bei der Analyse in den folgenden Abschnitten zeigen, daß ihr unterschiedliches morpho-syntaktisches Verhalten auf die je spezifische Art der Verknüpfung mit $Numeralia_c$ durch die oben diskutierten „Meßfunktionen“ (auf semantisch-konzeptueller Ebene) zurückgeführt werden kann.

4.1 Sprachliche Daten

Im Deutschen werden die im dritten Abschnitt definierten numerischen Konzepte mithilfe von Kardinalia, Ordinalia und #-Numeralia ausgedrückt, drei Numeralklassen, die sich morpho-syntaktisch klar unterscheiden. Ein interessanter Aspekt ist hierbei, daß die verschiedenen Arten von Numeralkonstruktionen in morpho-syntaktischer Hinsicht nicht singular sind, sondern

mit prototypischen Elementen bestimmter anderer Wortarten übereinstimmen. Diese Parallelen zu anderen Wortarten können möglicherweise Aufschluß über das spezifische Verhalten von Numeralia geben; sie sollen daher im folgenden bei der Analyse der sprachlichen Daten stets berücksichtigt werden.

4.1.1 Kardinalia⁶

Kardinalia weisen große Ähnlichkeit mit natürlichsprachlichen Quantoren auf; sie stimmen insbesondere mit viel und wenig überein: Kardinalia und Quantoren stehen in der Nominalgruppe im allgemeinen vor Adjektiven, können in Distanzstellung zur Bezugs-NP und in Partitivkonstruktionen (mit genitivischer DP oder „von“-PP) auftreten. Kardinalia und {wenig / viel} sind darüberhinaus mit (vorgestellten) Determinantien kombinierbar. Die zentralen Charakteristika der beiden Gruppen lassen sich folgendermaßen skizzieren:

- NP-Topologie: {Kard / Qu} - Adj - N:
 - (1) {sieben / wenige / viele / einige} kleine, singende Zwerge
- Kombinierbarkeit mit Determinantien: Det - {Kard / wenig / viel} - ... - N:
 - (2) die {sieben / wenigen / vielen} Zwerge
- Distanzstellung: NP - ... - {Kard / Qu}:
 - (3) Zwerge sehe ich {sieben / wenige / viele / einige / keine}.
- Partitivkonstruktionen: {Kard / Qu} - {DP_{Gen} / PP_{von}}
 - (4) {vier / wenige / viele / einige / manche / keiner} der Zwerge / von den Zwergen

4.1.2 Ordinalia

Ordinalia verhalten sich ähnlich wie superlativisch markierte Adjektive: Sie treten im allgemeinen in definiten DPs auf und stehen vor anderen Modifikatoren in der NP; der Referenzbereich der NP wird dabei häufig durch nachgestellte Phrasen (PPs, genitivische DPs oder Relativsätze) restringiert:

- DP-, NP-Topologie: Det [+definit] - {Ord / A_{sup}} - ... - N:
 - (5) der vierte ungedeckte Scheck
 - (6) der kleinste gemeinsame Nenner
- restriktive Modifikation: Det - {Ord / A_{sup}} - ... - N - {PP / DP_{Gen} / CP_{rel}}:
 - (7) die {sechste / jüngste} Frau, die sich um die Stelle beworben hat

⁶ Ich beschränke mich hier auf zweigliedrige Zählkonstruktionen, lasse also sowohl Klassifikatorkonstruktionen (etwa „vierhundert Stück Vieh“) als auch Maßkonstruktionen („vier kg Eisen / Gewicht; vier Grad Wärme“) außer Acht; für eine Analyse dieser Konstruktionstypen im Rahmen des hier entwickelten Ansatzes vgl. Wiese (1995c); vgl. auch Fn.7.

(8) der {vierte / schnellste} Läufer des heutigen Rennens

4.1.3 Konstruktionen aus Nummer und #-Numeralia

Die Morpho-Syntax von Nummer-Konstruktionen gleicht der von Konstruktionen mit Eigennamen. Die Verbindung aus #-Numerale und Nummer verhält sich dabei wie ein komplexer Eigenname: Sie tritt mit vorgestelltem Bezugsnomen auf, kann aber auch alleine stehen; die DP, zu der diese Konstruktion expandiert, ist [+definit], ohne daß jedoch ein Determinans explizit vorkommen muß. Wie sich etwa am Genus der DP zeigt, ist das Bezugsnomen der *head* der NP; in Konstruktionen ohne Bezugsnomen ist der Eigenname bzw. die Konstruktion aus Nummer und #-Numerale der *head*. Eigennamen und ebenso #-Numerale und Nummer stehen adjazent zum Bezugsnomen und sind in Verbindung mit diesem nicht modifizierbar. Die folgende Aufzählung faßt die charakteristischen Daten für Eigennamen- und Nummer-Konstruktionen zusammen:

- DP-, NP-Topologie: [(Det_{+def}) - [(N) - {(Nummer) + #-Numerale / Eigenname}]]:
 - ◆ Kombination mit Determinantien:
 - [Det - [N - {Nummer+ #-Numerale / Eigenname}]]:
 - (9) der Fußballspieler Nummer zehn
 - (10) die Tochter Christina
 - ◆ Konstruktionen ohne Determinantien: N - {(Nummer) + #-Numerale / Eigenname}:
 - (11) Haus (Nummer) sechzehn
 - (12) Villa Kunterbunt
 - ◆ Konstruktionen ohne Bezugsnomen: {(Nummer) + #-Numerale / Eigenname}:
 - (13) Nummer siebzehn; Null-Null-Sieben
 - (14) Karen
 - ◆ Genus der DP:
 - in Konstruktionen mit Bezugsnomen ist dieses der *head* der NP (a);
 - in Konstruktionen ohne Bezugsnomen ist {(Nummer) + #-Numerale / Eigenname} der *head* der NP (b):
 - (15a) *der* Bus Nummer zwölf
 - (15b) *die* Nummer zwölf
 - (16a) Raum sechzehn ist leicht zu finden: *Er* ist am Ende des Ganges.
 - (16b) *die* sechzehn
 - (17a) *das* Huhn Nellie
 - (17b) (*Unsere*) Nellie legt kaum noch Eier; *sie* ist schon ziemlich alt.

- ◆ Adjazenz von Bezugsnomen mit {(Nummer) + #-Numerale / Eigenname}:

(18a) der Bus (*unpünktliche) Nummer zwölf

(18b) der unpünktliche Bus Nummer zwölf

(19a) das Seeungeheuer (*furchtbare) Nessie

(19b) das furchtbare Seeungeheuer Nessie

4.2 Modellierung der semantischen Struktur

Da es in der vorliegenden Untersuchung in erster Linie um den Status von Numeralia und weniger um Details von Numeralkonstruktionen geht, werde ich mich auf zentrale Bereiche der sprachlichen Daten aus 4.1 konzentrieren. Bestimmte Stellungsmöglichkeiten und einzelne Befunde zur syntaktischen Struktur sind im Rahmen der hier vorgenommenen Untersuchung nicht Gegenstand gesonderter Analysen, sondern liefern Indizien für die Annäherung der verschiedenen Numeralklassen an das morpho-syntaktische Verhalten bestimmter anderer Wortarten. So werde ich beispielsweise das Auftreten von Kardinalia in Distanzstellung zur Bezugs-NP oder in Partitivkonstruktionen wesentlich als Hinweis auf morpho-syntaktische Parallelen zu viel und wenig behandeln, es hier jedoch nicht durch spezifische Analysen erfassen. Die im folgenden entwickelten semantischen Repräsentationen sollen Kernbereiche der sprachlichen Daten erfassen und dadurch die Basis für ein Verständnis des speziellen Verhaltens von Numeralia liefern.

4.2.1 Kardinalia und natürlichsprachliche Quantoren

Kardinalkonstruktionen dienen zum Ausdruck des Konzepts „Anzahl“, ihre SR umfaßt daher im Kern eine Relation, die in CS durch die Funktion *Anz* für numerische Quantifizierung zu interpretieren ist. Diese Relation läuft über eine gezählte Menge α und eine Zahl n . n wird entsprechend Definition 2 in CS durch ein Element von \mathbf{N} interpretiert; die SR von Kardinalia verweist also direkt auf die Zählsequenz. Da sich Kardinalia mit dem Designat der gezählten Menge zu einem *Term* (Kategorie $(t/(t/e))$) verbinden, enthält ihre SR als weitere Komponente eine Variable Q , die durch das Satzprädikat belegt wird. Es ergibt sich somit folgende allgemeine Repräsentation für Kardinalia (*Int* sei die Interpretationsfunktion; Int: SEM \rightarrow CS):

SR 1: $\lambda\alpha\lambda Q$ (ANZ (α, \mathbf{n}) \wedge Q(α)) [Kardinalia]

mit Int(ANZ) = Anz;

\mathbf{n} sei jeweils durch ein Numerale_c belegt: $n \in \mathbf{N}$; Int(n) = n

Man erhält so beispielsweise die folgende SR für eine einfache Kardinalkonstruktion:

(20) *sieben Zwerge*: $\lambda Q \exists \alpha (ZWERG^*(\alpha) \wedge ANZ(\alpha, \text{sieben}) \wedge Q(\alpha))$.⁷

$ZWERG^*(\alpha)$ steht hier kurz für „ α besteht aus Realisierungen des Begriffs *Zwerg*“; formal: $\forall x (IN(\alpha, x) \rightarrow ZWERG'(x))$. IN wird in CS durch die Elementbeziehung interpretiert. Eine Aussage der Form „ $Z'(x)$ “ ist eine Abkürzung für: $IST(Z, x)$; IST wird durch eine Realisierungsfunktion interpretiert, die Begriffe auf Objekte abbildet, die unter sie fallen; $ZWERG'(x)$ steht also für „ x realisiert den Begriff *Zwerg*“. (IST kann durch die Kopula ausgedrückt werden oder implizit in die Repräsentation von Nominalphrasen eingehen; vgl. Wiese 1995b; 1995d für eine ausführliche Diskussion.)

Vergleicht man die hier entwickelte Kardinal-Repräsentation SR 1 nun mit einer SR, wie sie für die natürlichsprachlichen Quantoren viel und wenig anzunehmen ist (SR 2), so ergibt sich eine interessante Übereinstimmung:

SR 2: $\lambda x \lambda Q \exists c (\mathbf{QUANT}(x, v \pm c) \wedge Q(x))$ [viel und wenig]

SR 1: $\lambda x \lambda Q (\mathbf{ANZ}(x, n) \wedge Q(x))$ [Kardinalia]

SR 2 entspricht weitgehend der in Bierwisch (1987) entwickelten Repräsentation: \mathbf{QUANT} wird durch eine Funktion interpretiert, die - grob gesprochen - ein Objekt x auf seine Quantität abbildet, d.h. auf ein (Anfangs-)Intervall einer Skala, das die Ausprägung der Quantität von x angibt. v bezeichnet einen Vergleichswert, und c steht für den Grad, um den die Quantität von x von diesem Wert abweicht. Diese Abweichung ist positiv für viel (+ c) und negativ für wenig (- c). Werden viel und wenig nicht mit Gradangaben o.ä. zu Ausdrücken wie „sehr wenig“ oder „wieviel“ verknüpft, sondern kontrastiv gebraucht - wie für SR 2 angenommen -, so ist c existenzquantifiziert (vgl. Bierwisch 1987 für detaillierte Definitionen). Ebenso wie Kardinalia bilden auch viel und wenig mit dem quantifizierten Element einen Term; SR 2 weist daher wie SR 1 eine Leerstelle für das Satzprädikat (Q) auf.

⁷ Dies ist eine leicht verkürzte Version; bei der näheren Untersuchung von zweigliedrigen Kardinalkonstruktionen wie „sieben Zwerge“ gegenüber dreigliedrigen Klassifikatorkonstruktionen wie „sieben Stück Vieh“ zeigt sich, daß die Struktur der gezählten Menge α in Kardinalkonstruktionen noch weiter analysiert werden kann. α besteht in Zählkonstruktionen aus einem begrifflichen Aspekt u , über den die Element-Bedingung festgelegt ist, und einem individuierender Aspekt V , der α der Zählung zugänglich macht, die die Voraussetzung für die Zuweisung von n durch ANZ ist: V ist eine „Individuierungsfunktion“, die Zugriff auf einzelne Elemente von α ermöglicht, indem sie u auf eine Aufzählung der Elemente von α abbildet:

$$V(u) = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}, \quad \text{wobei } a_1, a_2, \dots, a_n \text{ die Elemente von } \alpha \text{ sind,} \\ \text{und es einen Begriff } B \text{ gibt mit: } \forall x (IN(u, x) \rightarrow B'(x)).$$

Kardinalia erhalten entsprechend die folgende SR: $\lambda V \lambda u \lambda Q (ANZ(V(u), n) \wedge Q(u))$.

V wird in dreigliedrigen Zählkonstruktionen (i) durch einen Klassifikator ausgedrückt; in zweigliedrigen Konstruktionen (ii) wird V implizit durch die Numerusmarkierung des Zählnomens geliefert; vgl.:

(i) *sieben Stück Vieh*: $\lambda Q \exists u (VIEH^*(u) \wedge ANZ(\text{Stück}(u), \text{sieben}) \wedge Q(u))$;

(ii) *sieben Zwerge*: $\lambda Q \exists V \exists u (ZWERG^*(u) \wedge ANZ(V(u), \text{sieben}) \wedge Q(u))$.

Die semantische Repräsentation von Kardinalia besitzt somit eine große strukturelle Ähnlichkeit mit der von viel und wenig: In beiden Fällen bildet den Kern der SR eine Funktion ANZ bzw. QUANT die einem noch zu spezifizierenden Objekt x einen bestimmten Wert zuweist, nämlich n bzw. $v \pm c$. Dieser Wert gibt die Quantität von x an; sowohl Kardinalia als auch die Quantoren viel und wenig liefern somit die (numerische bzw. nicht-numerische) Quantität eines Objekts x durch eine zweistellige quantifizierende Funktion, deren erstes Argument mithilfe des Bezugsnomens belegt wird.

Die folgende Gegenüberstellung der Repräsentation von „sieben Zwerge“ aus (20) mit der Analyse einer entsprechenden Quantorenkonstruktion (21) illustriert die Parallelen von SR 1 und SR 2:

$$(20) \text{ sieben Zwerge: } \lambda Q \exists \alpha \quad (\text{ZWERG}^*(\alpha) \wedge \text{ANZ}(\alpha, \text{sieben}) \wedge Q(\alpha))$$

$$(21) \text{ viele Zwerge: } \lambda Q \exists \alpha \exists c (\text{ZWERG}^*(\alpha) \wedge \text{QUANT}(\alpha, v+c) \wedge Q(\alpha))$$

Das Beispiel zeigt noch einmal recht augenfällig die große Übereinstimmung der semantischen Repräsentationen: Die SR sowohl von Kardinalia als auch von viel und wenig wird wesentlich durch eine quantifizierende Funktion strukturiert, die Objekten eine bestimmte Quantität zuweist; ANZ könnte als eine numerische Spezifizierung von QUANT angesehen werden. Die Art, wie durch *Anz* ein Element von \mathbb{N} mit dem gemessenen Objekt verbunden wird, weist somit wesentliche strukturelle Gemeinsamkeiten mit dem Interpretationswert der Funktion QUANT auf, die den Kern der SR von viel und wenig bildet. Es liegt daher nahe, die morpho-syntaktischen Übereinstimmungen zu diesen konzeptuell-semantischen in Bezug zu setzen: Offensichtlich führt die Integration der (als Zahlen fungierenden) Numeralia_c in numerische Quantitätsangaben zu einer Annäherung an das Verhalten von Elementen derjenigen Wortart, zu der auch semantisch-konzeptuelle Korrespondenzen bestehen. Während Kardinalia somit einerseits auf Elemente von \mathbb{N} verweisen und so lexikalisch und konzeptuell mit anderen Numeralia verbunden sind, besitzen sie auf der anderen Seite durch die Art und Weise, in der das numerische Element n in ihre SR integriert ist, Gemeinsamkeiten mit anderen sprachlichen Ausdrücken und nähern sich in ihrer Morpho-Syntax diesen an. Gilt dies auch für die übrigen Numeralklassen? Diese Frage soll in den nächsten beiden Abschnitten beantwortet werden. Während die semantischen Parallelen von Kardinalia und Quantoren recht augenfällig sind, scheint der Zusammenhang von Ordinalia mit Superlativen und von Nummer-Konstruktionen mit Eigennamen auf den ersten Blick nicht so eindeutig. Die genauere Analyse der entsprechenden Daten wird jedoch zeigen, daß auch dort enge semantisch-konzeptuelle Zusammen-

hänge bestehen; der hier für Kardinalia entwickelte Erklärungsansatz kann also auf die anderen Numeralklassen übertragen werden.

4.2.2 Ordinalia und Superlative

Die konzeptuellen Repräsentanten von Ordinalkonstruktionen verweisen auf die oben diskutierte Meßart der ordinalen Numerierung; Ordinalia drücken das Konzept „(numerisch definit) Rang“ aus. Die SR von Ordinalia ist daher durch eine dreistellige Relation bestimmt, die in CS durch Nu_{ord} interpretiert wird. SR 3 formalisiert dies mithilfe einer semantischen Konstante NU_{ord} :

$$SR\ 3: \lambda u (\lambda \alpha) \lambda Q (NU_{ord} (u, \alpha, n) \wedge Q(u)) \quad [Ordinalia]$$

$$\text{mit } Int(NU_{ord}) = Nu_{ord}; Int(n) = n$$

α wird im allgemeinen nicht explizit belegt: Die Sequenz, der das Meßobjekt u angehört, läßt sich üblicherweise indirekt über die Charakterisierung von u bestimmen; vgl. die Analyse einer typischen Ordinalkonstruktion in (22):

$$(22) \text{ der dritte Mann: } \iota u \exists \alpha (MANN^1(u) : NU_{ord} (u, \alpha, \text{drei}))$$

Der Iota-Operator, der hier die Variable für das Meßobjekt bindet, signalisiert Definitheit; in Anlehnung an Eglis (1991) Definition des Epsilon-Operators sei ein offener Satz der Form „ $\iota x F(x)$ “ zu verstehen als: „das salienteste Element x , das F erfüllt“. „ $Mann^1(u)$ “ steht kurz für „ u ist (genau) eine Realisierung des Begriffs *Mann*“; formal: $MANN^*(u) \wedge ANZ(u, \text{eins})$.⁸ Die Komponente „ $;$ “ ist ein asymmetrischer Konnektor, der die Restriktion der linken durch die rechte Konstituente signalisiert (etwa: „so, daß“; vgl. Bierwisch 1988, Zimmermann 1992).

Inwieweit weisen Ordinalia damit semantisch-konzeptuelle Parallelen zu superlativisch markierten Adjektiven auf? Der Zusammenhang wird deutlich, wenn man sich noch einmal die Funktionsweise von Nu_{ord} in Erinnerung ruft: Nu_{ord} verknüpft die Elemente einer Progression α mit Elementen von \mathbf{N} . Für ein gegebenes $Numerale_c\ n$ greift Nu_{ord} demnach jeweils ein bestimmtes Element u von α heraus. Dies ist im wesentlichen genau das, was auch der Referent eines superlativischen Adjektivs tut. Ebenso wie Ordinalia beziehen sich auch die Steigerungsformen von Adjektiven auf eine bestimmte sequentielle Ordnung von Objekten. Während Komparativformen den relativen Rang von Objekten signalisieren, wird mithilfe des Superlativs jeweils ein bestimmtes Element einer Progression identifiziert, nämlich das oben als Anfangs-

⁸ Genau genommen wäre dies widerzugeben als: $MANN^*(u) \wedge \exists V (ANZ(V(u), \text{eins}))$; vgl. Fn.7

glied e definierte Objekt. Aus einer gegebenen Progression α greifen die Referenten von superlativisch markierten Adjektive und von Ordinalia somit gleichermaßen ein spezifisches Element heraus. Während Ordinalia dieses Element mit einem Numeral_c verknüpfen und so seinen Stellenwert in α signalisieren, weist ein superlativisches Adjektiv ihm gewissermaßen den Extremwert zu. Man könnte daher parallel zur obigen Definition von Nu_{ord} (Definition 5) eine Funktion Ord_{sup} definieren, die das Anfangsglied einer Progression herausgreift, indem es ihm den Extremwert (xt) zuweist:

Definition 8: *Extremwertzuweisung durch Ord_{sup}*

Sei

- α eine Progression, die durch eine Relation R geordnet ist;
- u eines der Elemente von α ($u \in \alpha$),

dann sei $\text{Ord}_{\text{sup}}(u, \alpha, xt)$ wahr genau dann, wenn

- für alle $x \in \alpha/u$ gilt: $R(u, x)$.

Auf der Basis dieser Definition läßt sich die Parallelität von Ordinalia und Superlativformen nun mithilfe der folgenden Repräsentation (SR4) verdeutlichen; zum besseren Vergleich sei SR 3 noch einmal wiederholt:

SR 4: $\lambda u (\lambda \alpha) \lambda Q (\mathbf{ORD}_{\text{sup}}(u, \alpha, xt) \wedge Q(u))$ [superlativische Adjektive;
Int(ORD_{sup}) = Ord_{sup}]

SR 3: $\lambda u (\lambda \alpha) \lambda Q (\mathbf{NU}_{\text{ord}}(u, \alpha, n) \wedge Q(u))$ [Ordinalia]

SR 4 ist äquivalent zu einer Analyse von Superlativformen durch die folgende Repräsentation, die sich an Bierwisch (1987:186) anlehnt; die Festlegung der Relation R über α in SR 4 entspricht dabei der Spezifizierung von P und der Richtung (\pm) von c_1 in SR 5:

SR 5: $\lambda u (\lambda \alpha) (\text{IN}(\alpha, u) \wedge \forall y \forall c_2 ((\text{IN}(\alpha, y) \wedge (y \neq u) \wedge \text{QUANT}(P(y), c_2)))$
 $\rightarrow \exists c_1 (\text{QUANT}(P(u), c_2 \pm c_1)))$

SR 5 ist zu lesen als: „ u ist Element einer Menge α , und für alle anderen Elemente y von α gilt: Für alle Grade c_2 , zu denen y eine bestimmte Eigenschaft P besitzt, gibt es einen Grad c_1 , um den die Ausprägung von P bei u von c_2 differiert.“

Dies kann in etwa paraphrasiert werden als: „ u ist Element von α und besitzt eine Eigenschaft P in einem stärkeren (bei „ $c_2 + c_1$ “) bzw. geringeren Maße („ $c_2 - c_1$ “) als alle anderen Elemente von α .“

(23) bis (25) geben drei Beispielsanalysen; die in allen Repräsentationen identische Komponente vor dem ersten Auftreten von „QUANT“ ist dabei abgekürzt:

(23) *älteste-*:

$$\lambda u (\lambda \alpha) (\dots \wedge \forall y \forall c_2 ((\dots \wedge \text{QUANT}(\text{ALTER}'(y), c_2)) \rightarrow \exists c_1 (\text{QUANT}(\text{ALTER}'(u), c_2 + c_1))))$$

(24) *jüngste-*:

$$\lambda u (\lambda \alpha) (\dots \wedge \forall y \forall c_2 ((\dots \wedge \text{QUANT}(\text{ALTER}'(y), c_2)) \rightarrow \exists c_1 (\text{QUANT}(\text{ALTER}'(u), c_2 - c_1))))$$

(25) *schwerste-*:

$$\lambda u (\lambda \alpha) (\dots \wedge \forall y \forall c_2 ((\dots \wedge \text{QUANT}(\text{GEWICHT}'(y), c_2)) \rightarrow \exists c_1 (\text{QUANT}(\text{GEWICHT}'(u), c_2 + c_1))))$$

Wie die Beispiele verdeutlichen, treten in SR 5 bestimmte Merkmale explizit auf, deren Spezifizierung bei SR 4 implizit durch die Definition von Ord_{sup} vorausgesetzt ist, nämlich (i) die Eigenschaft P , hinsichtlich der sich die Elemente von α unterscheiden, und (ii) die Richtung (\pm) des Differenzgrades c_1 , um den u von den anderen Elementen von α jeweils abweicht. Zusammengenommen identifizieren diese beiden Komponenten die Ordnungsfunktion R aus Definition 8, in der sich der Progressionscharakter von α manifestiert.

Diese Spezifizierung von P und c_1 ist genau die Information, die durch den Adjektivstamm geliefert wird und damit - wie (23) bis (25) illustrieren - die, durch die sich die einzelnen superlativischen Adjektive unterscheiden. Im Gegensatz dazu gibt beim Ordinale der Stamm den numerischen Wert, „n“, an; man könnte also grob gesprochen die folgende Gleichung für die Herleitung der beiden Klassen aufmachen:

- Ordinale \approx Numeralstamm $+ \text{ Superlativsuffix}$
 $\hookrightarrow n \qquad \qquad \qquad \hookrightarrow Nu_{ord}$
- Adjektiv_{Superlativ} \approx Adjektivstamm $+ \text{ Superlativsuffix}$
 $\hookrightarrow P + \text{ Richtung von } c \qquad \hookrightarrow Ord_{sup}$
 $(= R)$

Bei Superlativen ist demnach durch die Angabe von P und der Richtung von c_I die Ordnungsfunktion R explizit festgelegt. Wiewohl die in SR 4 vorgeschlagene Formalisierung das allen Superlativformen gemeinsame Element der „Extremwertzuweisung“ wiedergibt, wird die aktuelle semantische Struktur superlativischer Adjektive somit eher durch eine Repräsentation wie SR 5 erfaßt, die zudem den Bezug zu Komparativ- und Positivformen von Adjektiven herstellen kann. Die Parallelen zwischen Ordinalia und Superlativen liegen demnach stärker auf konzeptueller als auf semantischer Ebene: Sowohl Ordinalia als auch superlativische Adjektive rekurren auf ein Stellenwertkonzept, dessen verschiedene Ausprägungen durch Nu_{ord} und Ord_{sup} formalisiert sind. Für eine gegebene Ordnungsrelation R weisen beide Funktionen Elementen einer Progression α einen bestimmten Wert zu. Während durch Nu_{ord} alle Elemente von α mit einer Zahl verknüpft werden können, greift Ord_{sup} nur ein einziges Element heraus und weist diesem stets denselben Wert, nämlich den Extremwert (xt), zu. Zur Identifizierung eines Elements u muß bei Ordinalia daher der Funktionswert für u durch den (Numeral-)Stamm festgelegt werden, während der Stamm bei superlativischen Adjektiven noch für die Spezifizierung von R frei ist.⁹ Dies führt zu den angegebenen unterschiedlichen semantischen Strukturen beim Ausdruck dieser sehr eng verwandten Konzepte.

4.2.3 Nummer -Konstruktionen und Eigennamen

Anders als Ordinalkonstruktionen sind Nummer-Konstruktionen nicht auf eine Art der Numerierung festgelegt; #-Numeralia können sowohl zur Identifikation als auch zur Ranganzeige dienen. So rekuriert etwa die Bedeutung von Ausdrücken wie „Null-Null-Sieben“ oder „Fußballspieler Nummer zehn“ (Beispiele (9) und (13) aus 4.1.3) sicher auf die Meßart der nominalen Numerierung; durch eine Numeralzuweisung wie in „Haus Nummer sechzehn“ (11) dagegen wird dem Meßobjekt zumindest sekundär auch eine bestimmte Stelle in einer Menge von Häusern zugewiesen. Ganz deutlich tritt der ordinale Aspekt schließlich in Aussagen wie „Er ist die Nummer eins im Herren-Tennis.“ hervor; die Nummer-Konstruktion ersetzt hier qua-

⁹ R kann in Ordinalkonstruktionen explizit bezeichnet werden, indem das Ordinale mit einem superlativischen Adjektiv verbunden wird, etwa: „der drittälteste Mann“. Die Interpretation eines solchen Kompositums rekuriert auf eine Rekonstruktion von „älteste-“ als „erstälteste-“. Es fehlt hier jedoch der Raum, um auf solche Formen näher einzugehen.

si ein Ordinale. Das Referenzpotential von Nummer-Konstruktionen ist demnach weiter als das von Ordinalkonstruktionen. Ich nehme daher als zentrale Komponente der SR eine Konstante „NU“ an, die - je nach Kontext - in CS durch Nu_{nom} oder Nu_{ord} interpretiert wird. Die enge Verwandtschaft dieser beiden Funktionen wurde bereits in 3.2.2 durch die Festlegung einer generellen Numerierungsfunktion (Definition 3) reflektiert: Sowohl durch Nu_{ord} als auch durch Nu_{nom} wird ein Objekt einer Menge α identifiziert, indem diesem - und nur diesem - ein Numerales n zugeordnet wird. Während durch Nu_{nom} über diese Identifizierung hinaus keine weiteren Informationen geliefert werden, gibt Nu_{ord} zugleich den Rang des Objekts in α an; „NU“ läuft also über zwei recht ähnliche Funktionen, die sich im wesentlichen durch ihren Informationsgehalt unterscheiden.

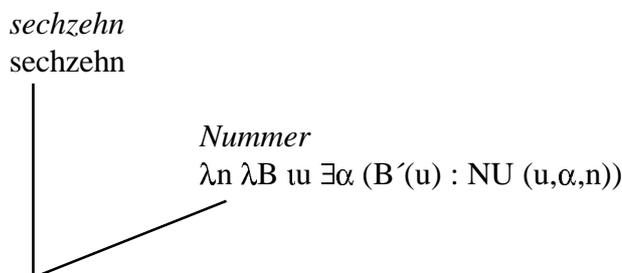
Die Komponente „NU“ wird durch Nummer geliefert, das Numerales selbst tritt in seiner Basisform auf; vgl. SR 6 und SR 7:

SR 6: **n** [#-Numeralia]

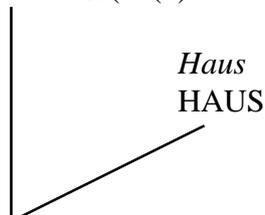
SR 7: $\lambda n \lambda B \iota u \exists \alpha (B'(u) : NU(u, \alpha, n))$ [Nummer]

mit $Int(NU) \in \{Nu_{ord}, Nu_{nom}\}; Int(n) = n$

#-Numeralia werden demnach erst durch Nummer in Numerierungs-Konstruktionen integriert. Die folgende Ableitung der Konstruktion aus (11) oben illustriert dies:



Nummer sechzehn
 $\lambda B \iota u \exists \alpha (B'(u) : NU(u, \alpha, sechzehn))$



(26) *Haus Nummer sechzehn*
 $\iota u \exists \alpha (HAUS'(u) : NU(u, \alpha, sechzehn))$

Abbildung 4: Ableitung einer Nummer-Konstruktion

In verkürzten Konstruktionen wie „Haus sechzehn“ ist Nummer implizit enthalten. In Konstruktionen ohne Bezugsnomen ist die SR von Nummer (SR7) auf die Komponente NU reduziert; vgl. SR7':

$$\text{SR 7': } \lambda n \iota u \exists \alpha (\text{NU}(u, \alpha, n)) \quad [\text{Reduktion von } \underline{\text{Nummer}}]$$

Die Analyse in (26) illustriert die Parallelen zwischen Nummer-Konstruktionen und Ordinalia: Abgesehen von der Belegung der Konstanten für das Bezugsnomen und das Numerale, erhält eine Konstruktion wie „Haus Nummer sechzehn“ im Rahmen des hier entwickelten Ansatzes weitgehend dieselbe semantische Repräsentation wie „der dritte Mann“ in (22) oben. Der entscheidende Unterschied zu Ordinalia liegt in der zusätzlichen Option für Nummer-Konstruktionen, die zentrale Funktion „NU“ durch Nu_{nom} zu interpretieren. Die folgende Gegenüberstellung von (26) mit (22) verdeutlicht die Zusammenhänge der beiden Analysen:

$$(22) \text{ der dritte Mann: } \iota u \exists \alpha (\text{MANN}'(u) : \text{NU}_{\text{ord}}(u, \alpha, \text{drei}))$$

$$(26) \text{ Haus Nummer sechzehn: } \iota u \exists \alpha (\text{HAUS}'(u) : \text{NU}(u, \alpha, \text{sechzehn}))$$

Wie oben in 3.2.2.2 deutlich wurde, kann Nu_{nom} als numerische Spezifizierung einer allgemeinen Identifikationsfunktion angesehen werden, die in Definition 7 als *Nom* formalisiert ist. Dieser Zusammenhang erklärt die enge Affinität von Nummer-Konstruktionen zu solchen mit Eigennamen: Ebenso wie Nummer-Konstruktionen (insbesondere in nominaler Interpretation) dienen Eigennamen zur Identifizierung von Objekten; als zentrale Komponente ihrer SR kann also eine Konstante NOM eingeführt werden, die in CS durch *Nom* interpretiert wird. Eigennamen sind damit ganz ähnlich repräsentiert wie Kombinationen aus Nummer und #-Numerale; vgl. die folgenden SRs:

$$\text{SR 8: } \lambda B \iota u \exists \alpha (B'(u) : \mathbf{NU}(u, \alpha, n)) \quad [\underline{\text{Nummer}} + \# \text{-Numerale}]$$

$$\text{SR 9: } \lambda B \iota u \exists \alpha (B'(u) : \mathbf{NOM}(u, \alpha, e)) \quad [\text{Eigennamen; Int}(\text{NOM}) = \text{Nom}]$$

reduzierte Konstruktionen:

$$\text{SR 8': } \iota u \exists \alpha (\mathbf{NU}(u, \alpha, n)) \quad [\underline{\text{Nummer}} + \# \text{-Numerale}]$$

$$\text{SR 9': } \iota u \exists \alpha (\mathbf{NOM}(u, \alpha, e)) \quad [\text{Eigennamen}]$$

„n“ ist in SR 8 und SR 8' jeweils durch ein Element von \mathbf{N} belegt; „e“ in SR 9 und SR 9' wird durch einen Eigennamen besetzt. Die Gegenüberstellung verdeutlicht die weitgehende strukturelle Übereinstimmung zwischen Eigennamen und Verbindungen aus Nummer und #-Numerale: In beiden Fällen wird das Kernstück der SR durch eine Funktion gebildet, die das Denotat des Bezugsnomens mithilfe eines phonologischen bzw. graphemischen Elements (*n*

oder e) identifiziert. Das betreffende Objekt erhält diese Identifikation als Element einer Menge α und ist entsprechend als Realisierung eines Begriffs B charakterisiert. Diese Komponente wird durch das Bezugsnomen geliefert; sie entfällt in reduzierten Konstruktionen. (27) bis (30) geben Beispiele für die vorgeschlagenen Analysen an:

(27) *Tochter Christina*: $\lambda x \iota u \exists \alpha (\text{TOCHTER}'(x,u) : \text{NOM} (u,\alpha,\text{Christina}))$

(28) *Tochter Nummer drei*: $\lambda x \iota u \exists \alpha (\text{TOCHTER}'(x,u) : \text{NU} (u,\alpha,\text{drei}))$

(29) *Christina*: $\iota u \exists \alpha (\text{NOM} (u,\alpha,\text{Christina}))$

(30) *Nummer drei*: $\iota u \exists \alpha (\text{NU} (u,\alpha,\text{drei}))$

Die in (27) angegebene Analyse entspricht im wesentlichen der von Zimmermann (1992:261) entwickelten, hier als (27') wiedergegebenen SR:

(27') $x_2 \ x_1 \ [\ x_1 \ \text{TOCHTER} \ x_2 \] : [x_1 \ \text{HEISSEN} \ \text{Christina}]$
 +def

HEISSEN funktioniert in etwa so wie NOM; der entscheidende Unterschied zwischen den beiden Relationen ist ihre Stelligkeit: Während NOM dreistellig ist und dadurch die Bezugsmenge α direkt einbeziehen kann, läuft HEISSEN nur über zwei Argumente. Konstruktionen *mit* Bezugsnomen wie in (27') werden daher bei Zimmermann (1992) mithilfe eines Modifikations-Templates abgeleitet, das die Verbindung der begrifflichen mit der „Benennungs“-Komponente durch den Konjunktoren „:“ herstellt. Da auf diese Weise die Verbindung eines Eigennamens mit einem Bezugsnomen ähnlich wie andere Modifikationen analysiert werden kann, wäre zu überlegen, ob eine zweistellige Konstante die sprachlichen Daten möglicherweise eher erfaßt als eine dreistellige Benennungs-Funktion. NOM könnte in diesem Fall ähnlich wie HEISSEN als zweistellig definiert werden; die Bezugsmenge α wäre dann stets implizit und würde erst in CS auftreten. Die Parallelen zwischen Eigennamen- und Nummer-Konstruktionen wären nach dieser Analyse eher auf der konzeptuellen als auf der semantischen Ebene anzusiedeln. Da der Unterschied zwischen den beiden Optionen im wesentlichen jedoch nur bei Konstruktionen mit Bezugsnomen zu Tage tritt, während für Eigennamen reduzierte Konstruktionen wie (29) vermutlich zentraler sind, kann dies im Rahmen der vorliegenden Untersuchung vernachlässigt werden.

(27) bis (30) zeigen damit recht anschaulich die konzeptuell-semantische Übereinstimmung von Eigennamen mit Verbindungen aus Nummer und #-Numerale und stellen so einen Bezug zu den aufgefundenen morpho-syntaktischen Parallelen her. Durch die zentrale, struktu-

rierende Komponente „NU“ können Nummer-Konstruktionen als „numerischer Spezialfall“ von Eigennamen-Konstruktionen angesehen werden, Nummer und #-Numerale bilden quasi einen komplexen Eigennamen. Anders als Eigennamen treten Numeralia jedoch gerade auch in anderen, nicht-identifikatorischen Kontexten auf; das Numerale selbst enthält in Nummer-Konstruktionen daher noch nicht die „Benennungskomponente“, diese wird erst durch Nummer geliefert. Eine typische Nummer-Konstruktion wie (31) ist also im Prinzip ähnlich wie die Eigennamen-Konstruktion in (32) zu verstehen - mit dem Unterschied, daß in Konstruktionen mit Eigennamen die „namens“-Komponente im allgemeinen nicht separat ausgedrückt wird, sondern - wie in (27) - schon im Eigennamen selbst verstanden ist:

(31) Bus *Nummer* 129

(32) Tochter *namens* Christina

Ebenso wie für Kardinalia und Ordinalia konnten damit auch für Nummer-Konstruktionen konzeptuell-semantische Parallelen zu anderen Ausdrücken aufgezeigt werden, die die morpho-syntaktischen Übereinstimmungen plausibel machen: Die Annäherung von Verbindungen aus Nummer und #-Numerale an das morpho-syntaktische Verhalten von Eigennamen erscheint nicht länger zusammenhanglos, sondern kann nun mit Parallelen auf der semantischen Seite korreliert werden.

5 Fazit und Ausblick

Die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung lassen sich folgendermaßen zusammen fassen: Die genauere Analyse von Numeralreferenten führte zu einer Auffassung von Zahlen als denjenigen Entitäten, die als Bilder bei Messungen fungieren. „Messung“ wurde dabei im Sinne der Repräsentationstheorie verstanden, nämlich als die homomorphe Abbildung empirischer auf numerische Objekte. Auf dieser Basis konnten (i) Numeralkonstruktionen einheitlich als natürlichsprachlicher Ausdruck von Messungen charakterisiert werden, und (ii) Zahlen als diejenigen Entitäten identifiziert werden, auf die empirische Objekte im Rahmen verschiedener Arten der Messung abgebildet werden. Als solche müssen sie bestimmte Eigenschaften aufweisen, die dann als die wesentlichen Merkmale von Zahlen festgehalten werden können. Diese Annahmen führten zu einer „nicht-platonischen“ Sichtweise von Zahlen: Zahlen sind nicht gewisse abstrakte Entitäten, sondern *als Zahlen gebraucht werden* können all die Elemente, die bestimmte Bedingungen erfüllen, die sie als Bilder bei Messungen qualifizieren.

Die Analyse verschiedener Meßarten lieferte drei grundlegende Eigenschaften von Zahlen, die mit denen übereinstimmen, die bereits Dedekind (1887) als die notwendigen und hin-

reichenden Merkmale eines jeden Systems N der natürlichen Zahlen definiert hat: Die Elemente von N müssen wohlunterscheidbar sein, N muß eine Sequenz sein, und N muß einfach unendlich sein. Es zeigte sich, daß diese Bedingungen bereits von den Zählsequenzen natürlicher Sprachen erfüllt werden. Diese selbst konnten daher als mögliche Systeme N definiert werden, es erübrigte sich eine Erweiterung des Universums um zusätzliche Entitäten „Zahlen“.

Vor dem Hintergrund dieser „OCKHAMSchen“ Analyse erklärte sich der Sonderstatus von Numeralia als Folge der Integration einer als Zahlen fungierenden Sequenz in sprachliche Strukturen. Da diese Sequenz eine Sequenz phonologischer Entitäten, nämlich der Numeralia_c ist, können ihre Elemente direkt in die Wortbildung eingehen. Kardinalia, Ordinalia und #-Numeralia konnten daher als Ausdrücke charakterisiert werden, die zum Ausdruck verschiedener numerischer Konzepte auf Numeralia_c verweisen und mit diesen zugleich lexikalisch-phonologisch verknüpft sind. Die enge Verwandtschaft von Elementen der verschiedenen Numeralklassen konnte somit auf ihren gemeinsamen Bezug zu Zählsequenzen zurückgeführt werden.

Die verschiedenen numerischen Konzepte, die durch Numeralia ausgedrückt werden, basieren dabei auf verschiedenen Arten der Messung; Kardinalia, Ordinalia und Verbindungen aus Nummer und #-Numeralia sind jeweils auf spezifische Weise konzeptuell-semantisch mit Numeralia_c verknüpft. Es wurden daher semantische Repräsentationen für die einzelnen Numeralklassen entwickelt, die im Kern zwar gleichermaßen auf die Zählsequenz verweisen, darüber hinaus jedoch wesentlich durch bestimmte „Meßfunktionen“ strukturiert sind, die die Integration von Numeralia_c besorgen.

Die semantische Analyse der Wortarten, denen die einzelnen Numeralklassen morpho-syntaktisch gleichen, konnte nun aufzeigen, daß diese syntaktische Annäherung nicht losgelöst von anderen Bereichen steht: Die „Meßfunktionen“, durch die die zentrale Komponente in der SR von Kardinalia, Ordinalia bzw. Nummer-Konstruktionen jeweils interpretiert wird, besitzen enge strukturelle Gemeinsamkeiten mit Konzepten der nicht-numerischen Zuordnung, die durch natürlichsprachliche Quantoren (viel / wenig), superlativische Adjektive und Eigennamen, respektive, ausgedrückt werden. Der morpho-syntaktischen Affinität steht somit eine semantisch-konzeptuelle Verwandtschaft zur Seite; das prima facie ungewöhnliche Verhalten von Numeralia konnte auf strukturelle Gemeinsamkeiten mit bestimmten anderen Wortarten zurückgeführt werden: Die vorgeschlagenen semantischen Repräsentationen von Elementen der drei Numeralklassen verweisen zwar gleichermaßen auf Elemente von N , diese sind jedoch auf unterschiedliche Weise in die SR integriert, die semantische Struktur von Kardinalia, Ord-

numeralia und #-Numeralia ähnelt daher der von Elementen verschiedener Wortarten. Elemente jeder Numeralklasse stehen nach dieser Auffassung semantisch-konzeptuell in zwei Paradigmen:

(1) mit Elementen der anderen Numeralklassen, durch den Bezug zu N

- * Diese Verbindung führt zu lexikalischen Gemeinsamkeiten mit anderen Numeralia, da die Elemente von N phonologische Einheiten sind, die direkt in die Wortbildung eingehen können.

(2) mit Elementen bestimmter anderer Wortarten, durch den Ausdruck bestimmter Funktionen, die die Verknüpfung der Elemente von N mit Objekten regeln; die Art der Verknüpfung führt zu strukturellen Gemeinsamkeiten mit anderen sprachlichen Ausdrücken

- * Diesen Gemeinsamkeiten entspricht eine auch morpho-syntaktische Annäherung an andere Wortarten.

Man kann sich diese beiden Paradigmen für Numeralia folgendermaßen veranschaulichen (vgl. Abbildung 5):

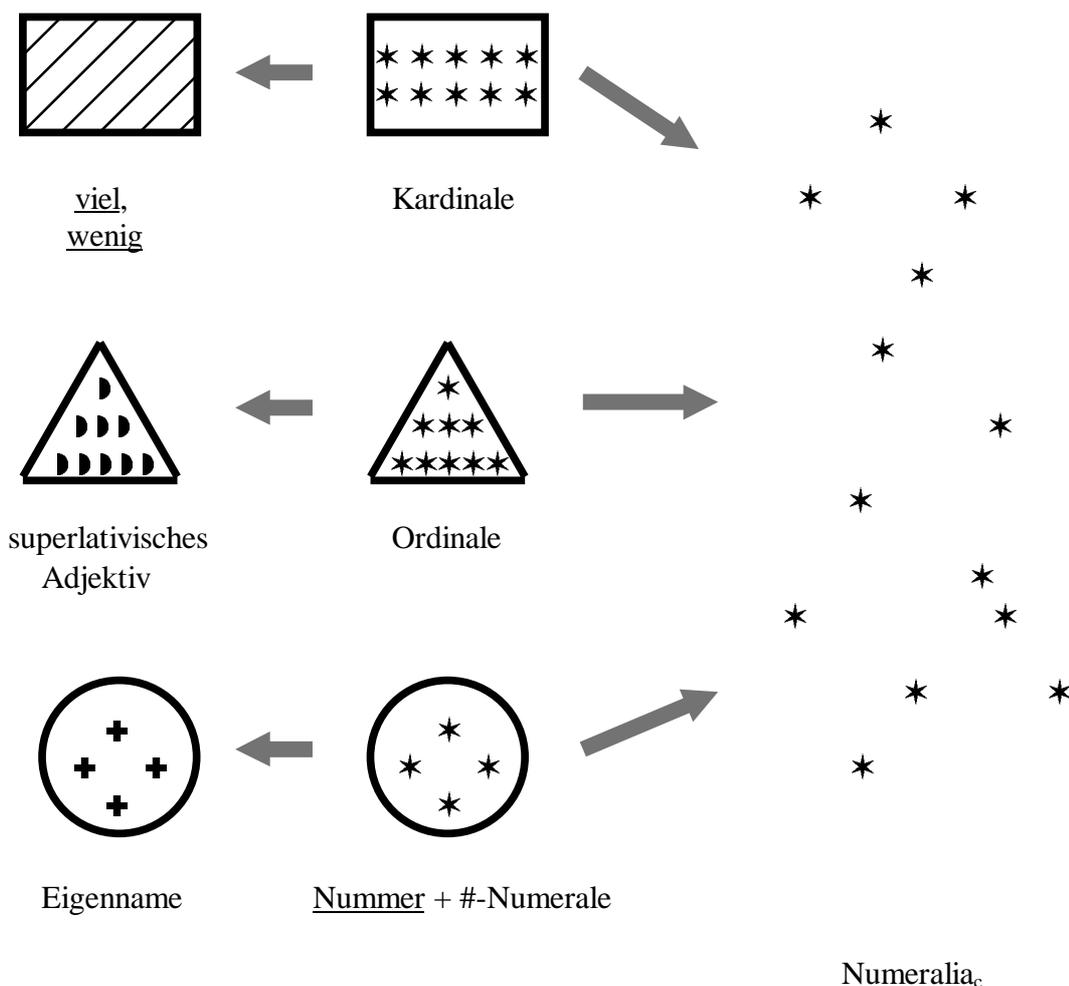


Abbildung 5: *Bezugspunkte von Numeralklassen*

Die Abbildung faßt die hier aufgefunden Korrespondenzen abschließend zusammen: Auf der einen Seite verweist jedes Numerales auf die Zählsequenz, die Menge der Numeralia_c. Diese, selbst als Zahlen fungierenden Entitäten werden jedoch auf unterschiedliche Weise in sprachliche Strukturen integriert. Der lexikalisch-phonologischen Korrespondenz der Numeralia untereinander stehen daher Parallelen der einzelnen Numeralklassen zu unterschiedlichen anderen Wortarten zur Seite. Semantisch-konzeptuelle Affinitäten werden dabei von morpho-syntaktischen Gemeinsamkeiten begleitet.

Das charakteristische Verhalten der verschiedenen Numeralklassen spiegelt demnach eine spezifische Verbindung von Syntax und Semantik innerhalb bestimmter Wortarten wider. Unter der hier aufgezeigten Perspektive erscheint das Verhalten von Numeralia somit nicht länger als auffällig oder losgelöst von anderen sprachlichen Phänomenen, sondern fügt sich in allgemeinere, möglicherweise generelle Zusammenhänge der Syntax/Semantik-Schnittstelle. Der Sonderstatus von Numeralia erklärt sich nun aus dem Sonderstatus der Zählsequenz als Se-

quenz in Zahlfunktion; die Inkorporierung dieses - phonologischen - Systems N in sprachliche Strukturen führt dort zu einer Annäherung der Numeralia an das morpho-syntaktische Verhalten von prototypischen Vertretern unterschiedlicher Wortarten, je nach semantisch-konzeptueller Korrespondenz. Ein solcher, extremer Fall der Wortarteneingliederung könnte daher über den Bereich der Numeralia hinaus auf eine spezifische Korrelation von Syntax und Semantik innerhalb von Wortarten verweisen. (Prototypische) Elemente bestimmter Wortarten teilen vermutlich nicht nur morpho-syntaktische Eigenschaften, sondern weisen auch wesentliche Übereinstimmungen in ihrer semantisch-konzeptuellen Struktur auf. Wie die Analysen in 4.2 zeigten, fanden sich in den hier behandelten Beispielen die Zusammenhänge primär auf der konzeptuellen Ebene. Dies galt insbesondere für die Parallele von Ordinalia mit superlativischen Adjektiven und vermutlich auch für Nummer-Konstruktionen und Eigennamen; im Fall von Kardinalia und viel / wenig erwies sich die Übereinstimmung als so weitgehend, daß wohl nicht endgültig zu entscheiden ist, ob sie eher auf der semantischen oder auf der konzeptuellen Ebene anzusiedeln ist. Wie diese Zusammenhänge sich bei anderen Wortarten darstellen, ist eine Frage, die noch genauerer Überprüfung bedarf.

Literaturnachweis

- Bierwisch, Manfred (1987): Semantik der Graduierung. In: ders. / Lang, Ewald (Hg.) (1987): Grammatische and konzeptuelle Aspekte von Dimensionsadjektiven. Akademie-Verlag: Berlin. S.91-286.
- Bierwisch, Manfred (1988): On the Grammar of Local Prepositions. In: ders. / Motsch, Wolfgang / Zimmermann, Ilse (Hg.) (1988): Syntax, Semantik und Lexikon. Akademie-Verlag: Berlin. [= studia grammatica 29]. S.1-65.
- Dedekind, Richard (1887): Was sind und was sollen die Zahlen? Braunschweig: Vieweg.
- Egli, Urs (1991): (In)definite Nominalphrase und Typentheorie. In: ders. / Heusinger, Klaus von (1991): Zwei Aufsätze zur definiten Kennzeichnung. Fachgruppe Sprachwissenschaft der Universität Konstanz. Forschergruppe „Lexikon“. Arbeitspapier Nr. 27. Konstanz. S.1-26.
- Fuson, Karen C. / Richards, John / Briars, Diane J. (1982): The Acquisition and Elaboration of the Number Word Sequence. In: Brainerd, Charles J. (Hg.) (1982): Children's Logical and Mathematical Cognition. New York: Springer. S.33-92.
- Markman, Ellen M. (1989): Categorization and Naming in Children. Cambridge, Mass.: MIT Press.

- Orth, B. (1983): Grundlagen des Messens. In: Feger, H. / Breidenkamp, J. (Hg.) (1983): Messen und Testen. Göttingen: Hogrefe. S.136-180.
- Putnam, Hilary (1975): The Meaning of *Meaning*. In: ders.: Mind, Language and Reality. [= Philosophical Papers, Vol. 2.] Cambridge: Univ. Press. S. 215-271.
- Suppes, Patrick / Zinnes, Joseph L. (1963): Basic Measurement Theory. In: Luce, R. D. / Bush, R. R. / Galanter, E. (Hg.) (1963): Handbook of Mathematical Psychology. New York, London: Wiley. Bd.1, S.1-76.
- Wiese, Heike (1995a): Zahl und Numerale. Analyse natürlichsprachlicher Numeralkonstruktionen. In: Max, Ingolf / Stelzner, Werner (Hg.) (1995): Logik und Mathematik. Frege-Kolloquium Jena 1993. Berlin, New York: de Gruyter. [= Meggle, Georg / Nida-Rümelin, Julian (Hg.): Perspectives in Analytical Philosophy 5.]. S.220-232.
- Wiese, Heike (1995b): „Nellie Einhorn.“ ist kein wohlgeformter Satz des Deutschen. Zum Ausdruck von Begriff und Gegenstand durch Nominalkonstruktionen natürlicher Sprachen. Erscheint in: Meggle, Georg / Steinacker, Peter (Hg.) (vorauss. 1995): ANALYOMEN II. Proceedings of the 2nd Conference *Perspectives in Analytical Philosophy*, Leipzig, September 7th - 10th, 1994. Berlin, New York: de Gruyter.
- Wiese, Heike (1995c): Semantische und konzeptuelle Strukturen von Numeralkonstruktionen. Ms., Berlin.
- Wiese, Heike (1995d): What's in a Singular Noun? Semantics of Nouns and Nominal Number. Ms., Berlin 1995.
- Zimmermann, Ilse (1992): Der Skopus von Modifikatoren. In: dies. / Strigin, Anatoli (Hg.) (1992): Fügungspotenzen. Zum 60.Geburtstag von Manfred Bierwisch. Berlin: Akademie-Verlag. [= studia grammatica 34.]. S.251-279.