Elektronik

Elektrisches Feld

$$\nabla \times \vec{E} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \varphi : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$\vec{r} \longrightarrow \varphi(\vec{r})$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\nabla\varphi(\vec{r})$$

$$W = -q \int_a^b \vec{E}(\vec{r})\mathrm{d}\vec{r}$$

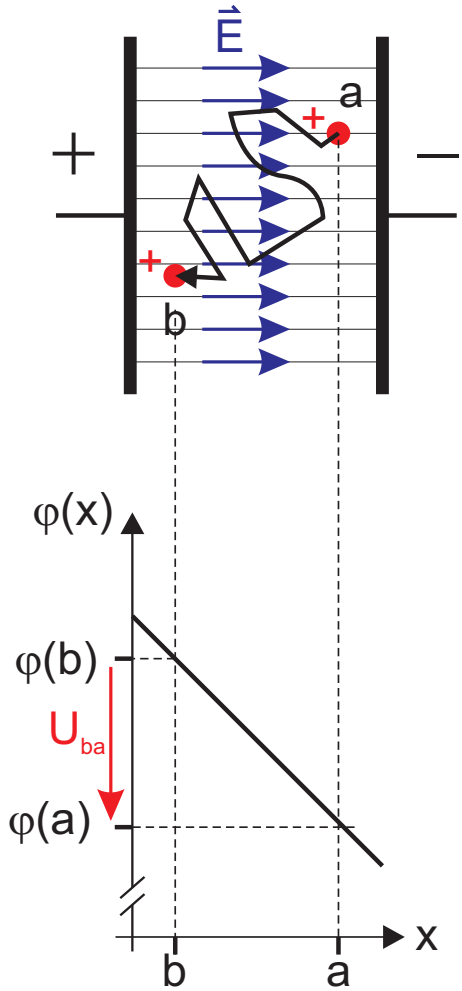
$$W = q \int_a^b \nabla\varphi(\vec{r})\mathrm{d}\vec{r}$$

$$W = q \int_a^b \partial\varphi(\vec{r})\mathrm{d}\vec{r}$$

$$W = q\underbrace{(\varphi(\vec{b}) - \varphi(\vec{a}))}_{U_{(ba)}}$$

$$U_{(ba)} = \varphi(\vec{b}) - \varphi(\vec{a})$$

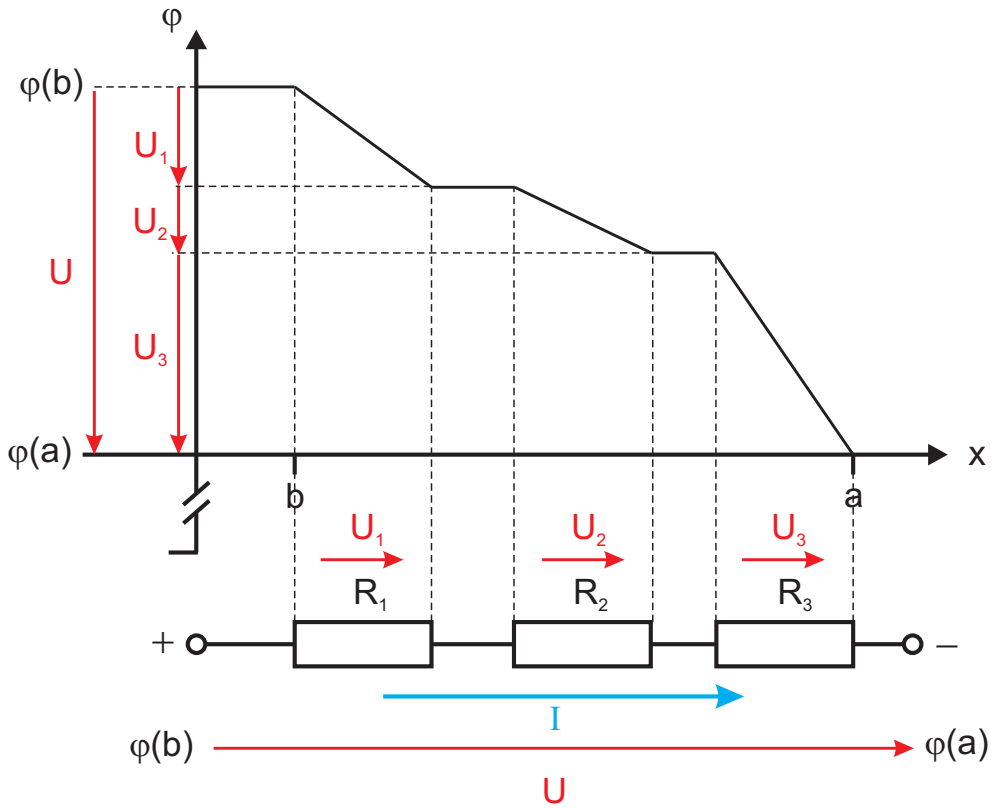
$$[U] = 1V = 1\frac{Nm}{C}$$



Elektronik

Elektrische Spannung U

Potentialdifferenz:
$U_{(ba)} = \varphi(\vec{b}) - \varphi(\vec{a})$

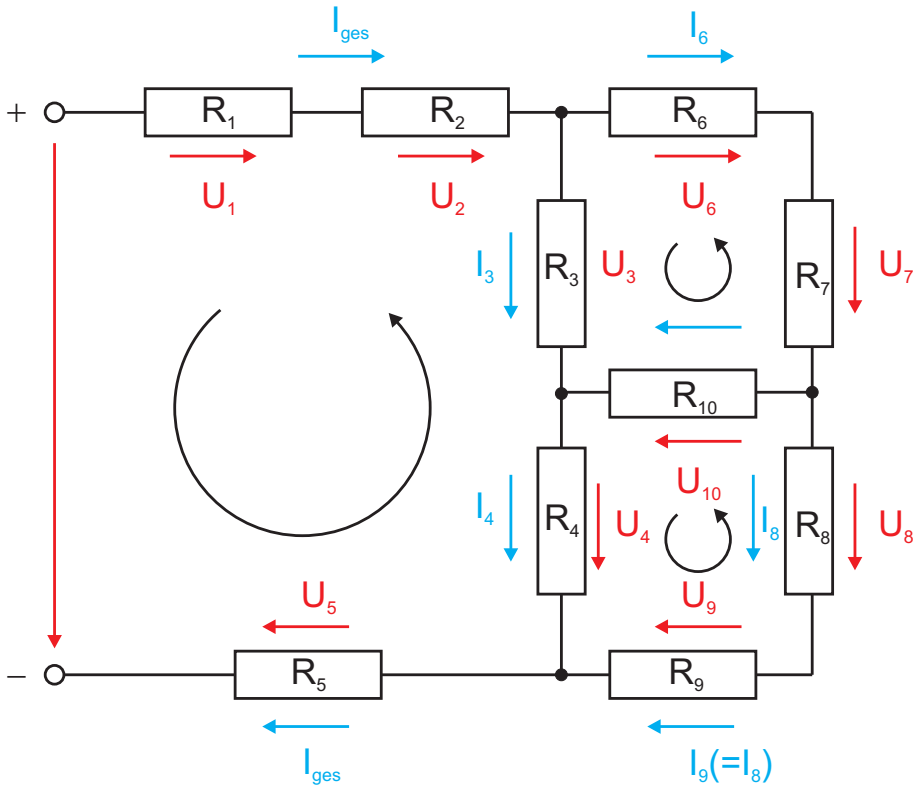


Ohmsches Gesetz

$$U \propto I$$
$$U_i = R_i\, I$$

Kirchhoffsche Maschenregel

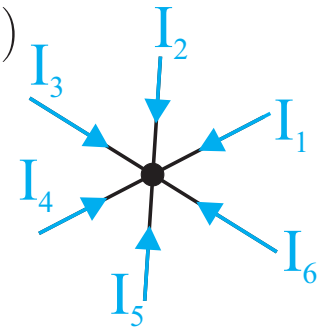
$$\sum_{Masche} U_i = 0$$



Kirchhoffsche Knotenregel

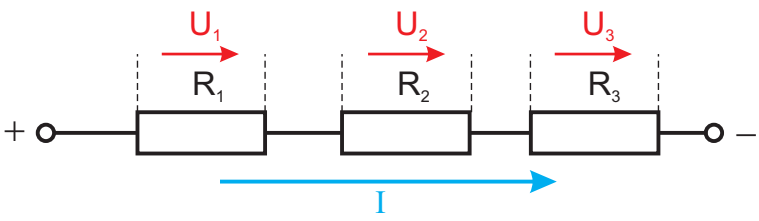
In jedem Knoten (Verzweigung) gilt:

$$\sum_{i} I_i = 0$$



Elektronik

Ohmsches Gesetz



$$U \propto I$$
$$U = RI$$

Reihenschaltung:

$$R_{ges} = \sum_i R_i$$

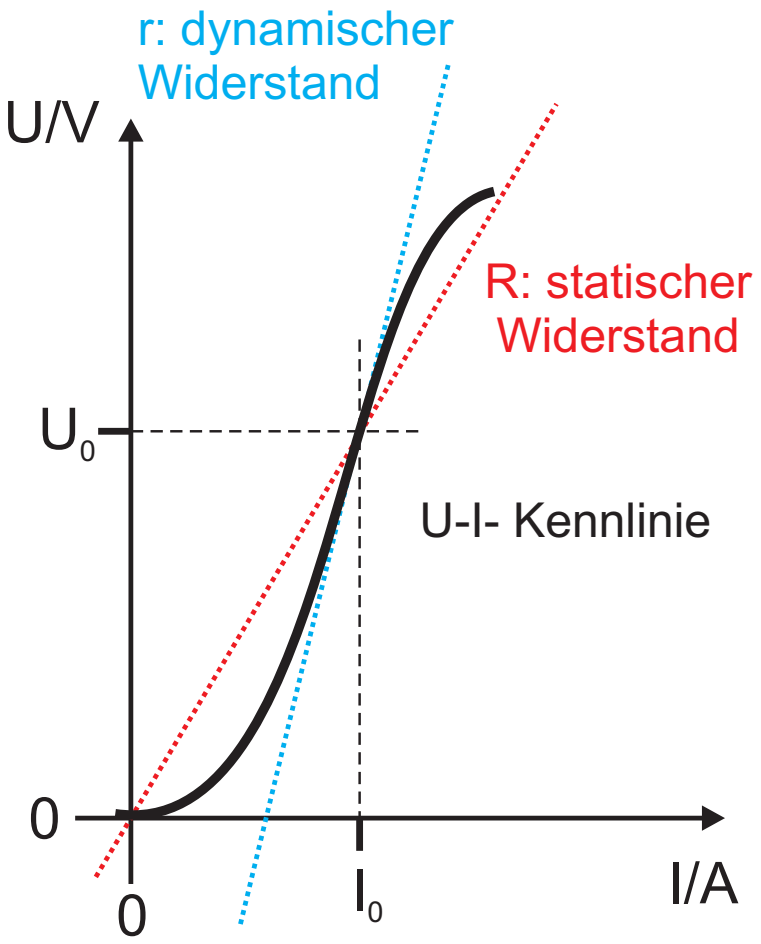
Parallelschaltung:

$$\frac{1}{R_{ges}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

U-I Kennlinien

Darstellung der über dem Bauelement abfallenden Spannung U in Abhängigkeit der Stromstärke I.
Für Ohmsche Widerstände lineare Verläufe, für nichtlineare Widerstände Unterscheidung:

- Gleichstromwiderstand (statischer Widerstand)
$$R = \frac{U_0}{I_0}$$
- Differentieller Widerstand (dynamischer Widerstand) in einem bestimmten Arbeitspunkt (U_0, I_0):
$$r = \left(\frac{\partial U}{\partial I}\right)_{I_0}$$
bzw. deren Leitwerte:
- Gleichstromleitwert G
$$G = \frac{1}{R} = \frac{I_0}{U_0}$$
- dynamischer Leitwert:
$$\frac{1}{r} = \left(\frac{\partial I}{\partial U}\right)_{U_0}$$

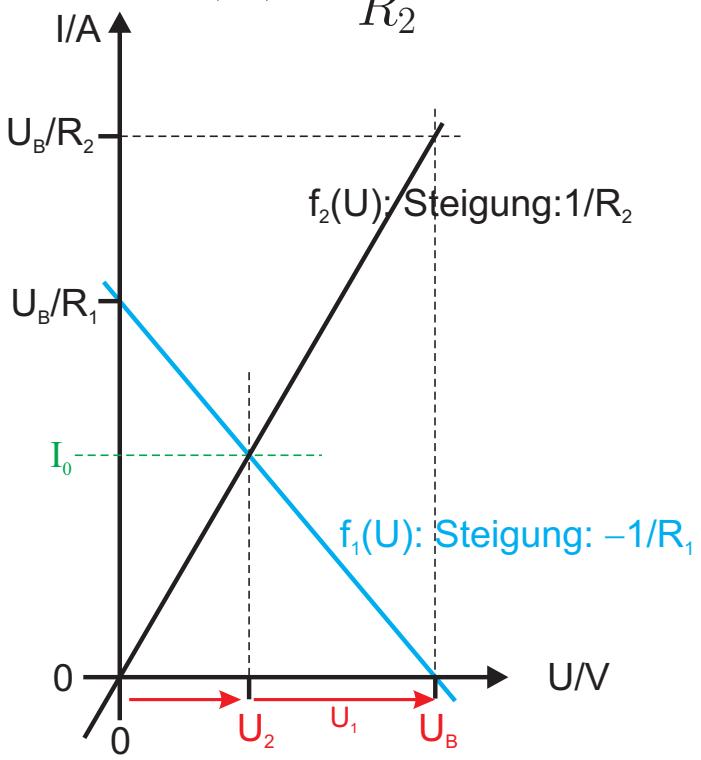

r: dynamischer
Widerstand
U/V
R: statischer
Widerstand
U0
U-I- Kennlinie
0
0
I0
I/A

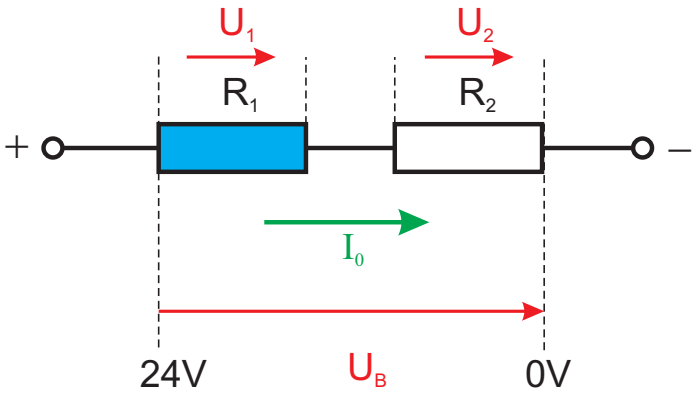
Bestimmung des Arbeitspunktes

Reihenschaltung zweier Ohmscher Widerstände

$$f_1(U) = -\frac{1}{R_1}U + \frac{U_B}{R_1}$$

$$f_2(U) = \frac{1}{R_2}U$$





Berechnung des Schnittpunktes (U_2, I_0) der beiden Geraden:

$$\begin{aligned} f_2(U_2) &= f_1(U_2) \\ \frac{1}{R_2}U_2 &= -\frac{1}{R_1}U_2 + \frac{U_B}{R_1} \\ \Leftrightarrow U_2 &= U_B\frac{R_2}{R_1+R_2} \end{aligned}$$

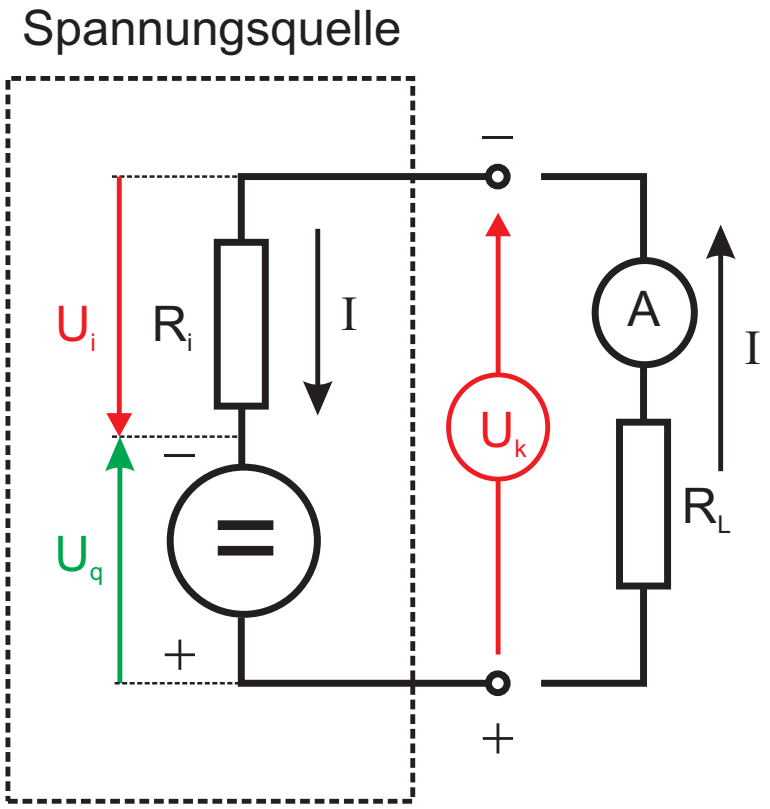
$$\Rightarrow I_0 = f_2(U_2) = \frac{U_B}{R_1+R_2}$$

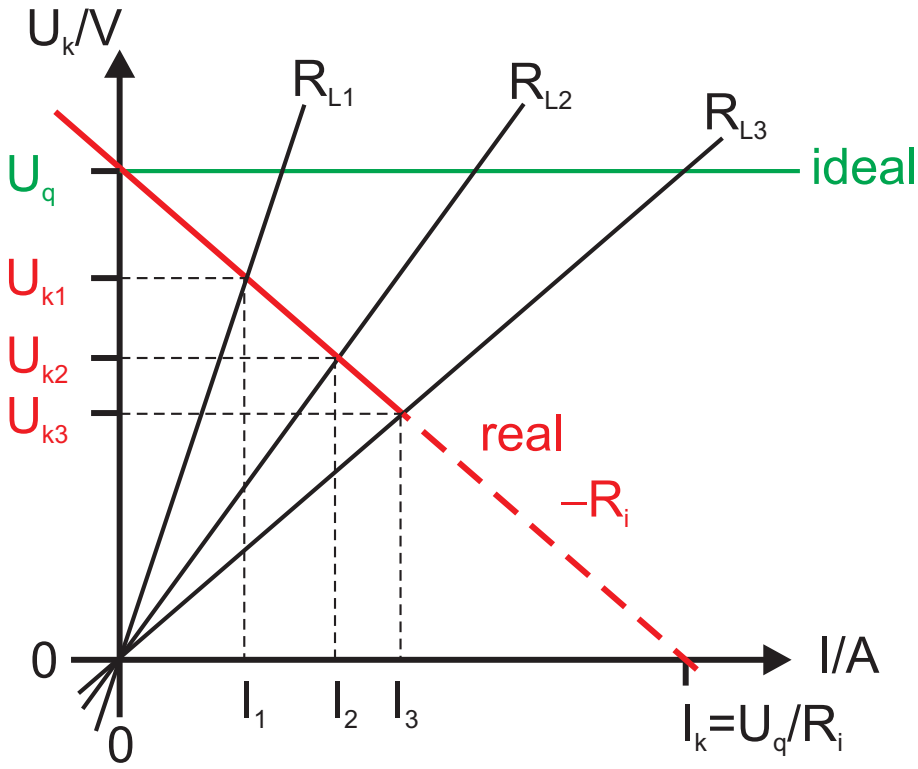
$\rightarrow$ Spannungsteilerverhältnis:

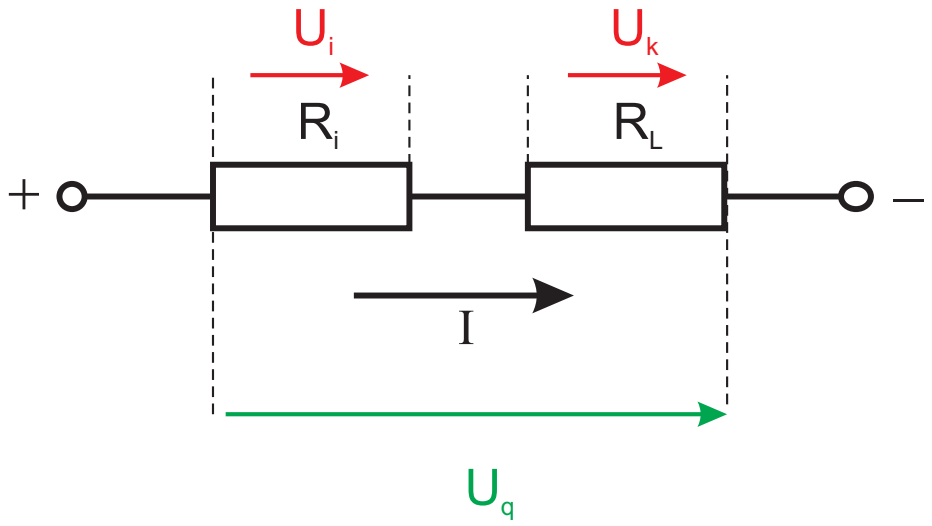
$$\begin{aligned} \frac{U_2}{U_B} &= \frac{R_2}{R_1+R_2} \\ &= \frac{R_2}{R_{ges}} \end{aligned}$$

Spannungsquellen

- ideal: Innenwiderstand $R_i = 0\Omega$, Klemmenspannung $U_k = U_q$ unabhängig von der Last R_L
- real: Innenwiderstand $R_i \neq 0\Omega$, Klemmenspannung $U_k \leq U_q$ abhängig von der Last R_L




U_k/V
R_L1
R_L2
R_L3
U_q
ideal
U_k1
U_k2
U_k3
real
–R_i
0
I/A
I_1
I_2
I_3
0
I_k=U_q/R_i


U_i
U_k
R_i
R_L
+
–
I
U_q

Wechselgrößen

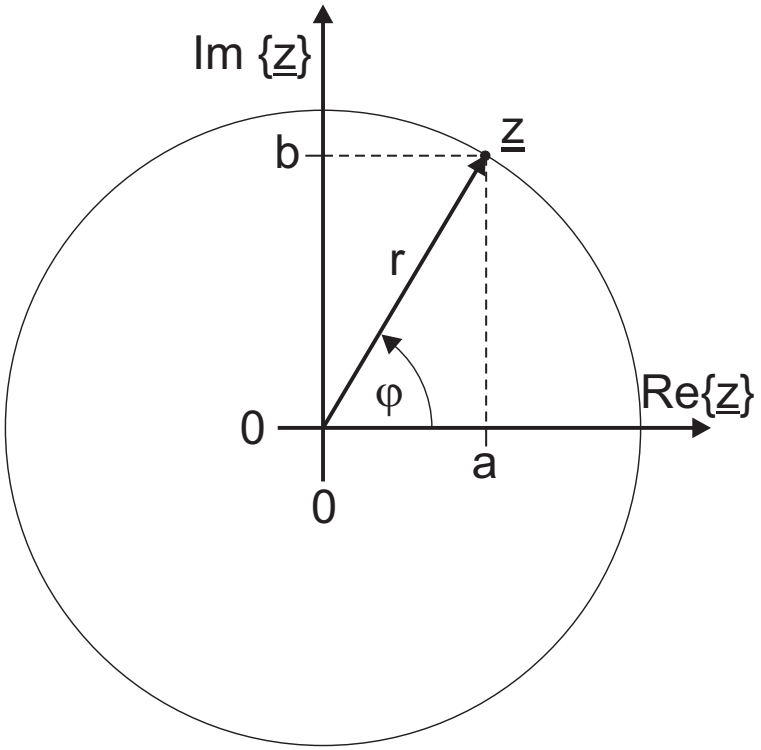
Wechselspannung:

$U(t) = U_0 sin(\omega t)$, $\omega = 2\pi f$

Wechselstrom:

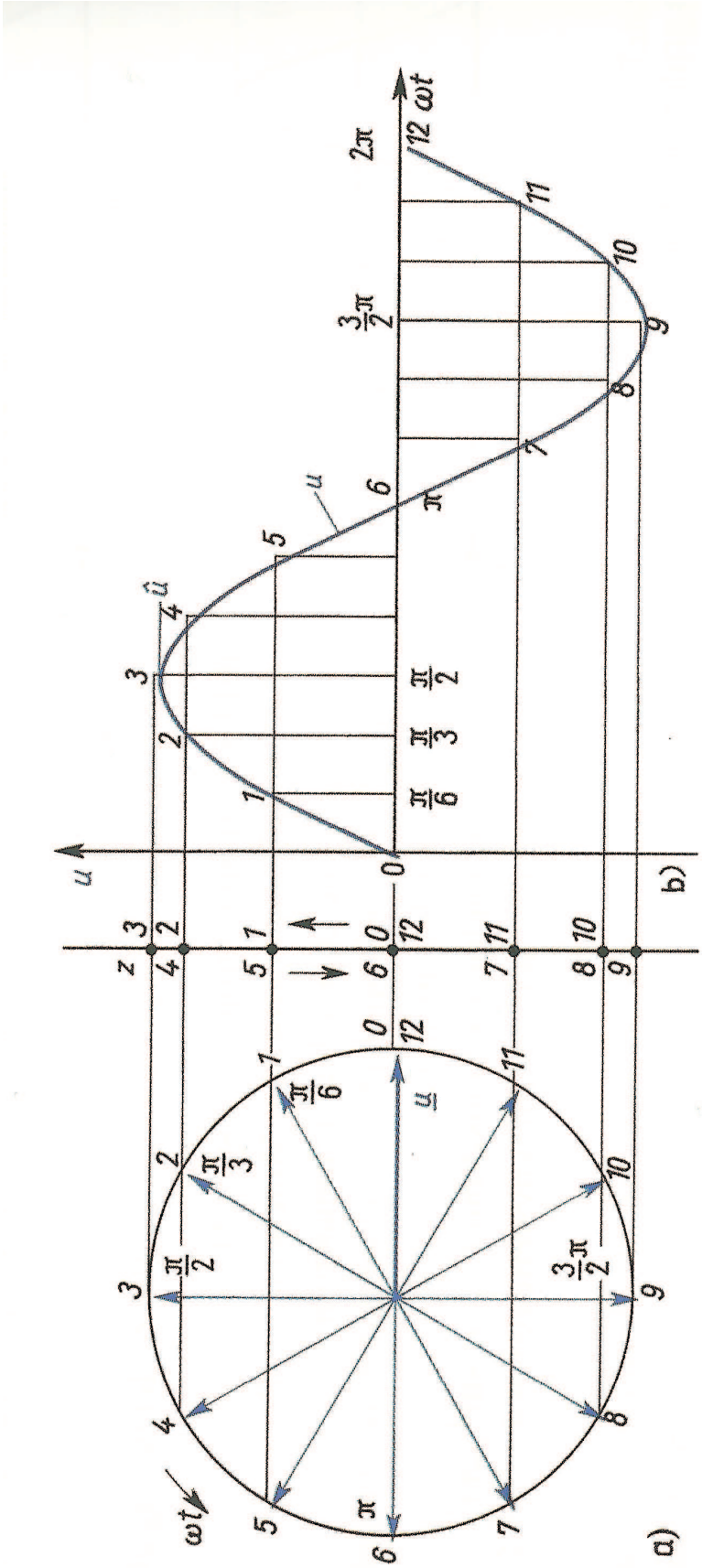
$I(t) = I_0 sin(\omega t)$, $\omega = 2\pi f$

Sinusförmig oder cosinusförmige Signalverläufe: Darstellung der Größe als rotierender Zeiger in der Gaußschen Zahlenebene (als komplexe Zahl):



$\underline{z} = a + ib = re^{i\varphi}$, $r = |\underline{z}|$

$\underline{z} = r(cos\varphi + isin\varphi)$


a)
b)
ωt
u
z
2π
3/2 π
π
π/2
π/3
π/6
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

Wechselgrößen

Beispiel: Sinusförmige Wechselspannung U(t):
$U(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi_u)$, $\omega = 2\pi f$

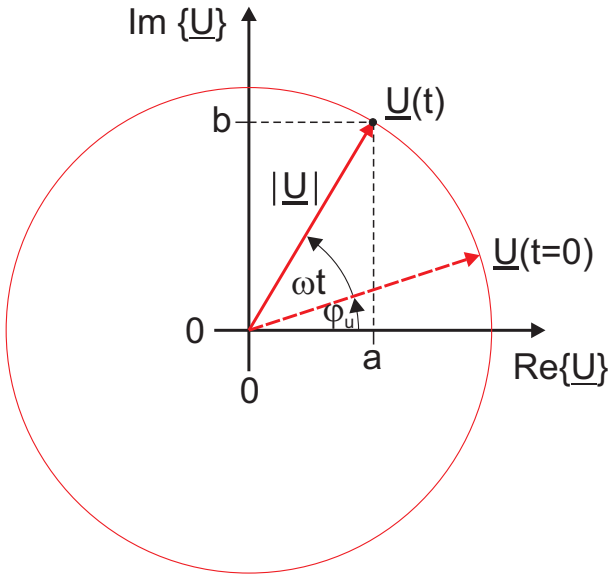
Darstellung als rotierender Zeiger $\underline{U}(t)$ in der Gaußschen Zahlenebene:

$$\underline{U}(t) = U_0 \left[\cos(\omega t + \varphi_u) + j\sin(\omega t + \varphi_u)\right]$$

$$\underline{U}(t) = U_0 e^{j(\omega t + \varphi_u)} = \underbrace{U_0 e^{j\varphi_u}}_{\widehat{U}} e^{j\omega t}$$

komplexe Amplitude: $\widehat{U} = U_0 e^{j\varphi_u}$

$$\Rightarrow U(t) = \mathrm{Im}\{\underline{U}(t)\}$$



Elektronik

Effektivwert:

Der Effektivwert U_{eff} einer Wechselspannung $U(t)$ (bzw. I_{eff} eines Wechselstroms $I(t)$) ist der Wert einer gedachten Gleichspannung $U = U_{eff}$ (eines Gleichstroms $I = I_{eff}$), die in einem Ohmschen Widerstand (Wirkwiderstand) im zeitlichen Mittel (über eine Periodendauer T) die gleichen Verluste (Energieumsatz) erzeugt. Für Wechselspannungen (bzw. Wechselströme) mit der Amplitude U_0 gilt für deren

Effektivwert(nur für sinusförmige Wechselspannungen):

$$U_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_0$$

Mittelwert:

$$\bar{U}(t) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} U(t) \mathrm{dt}$$

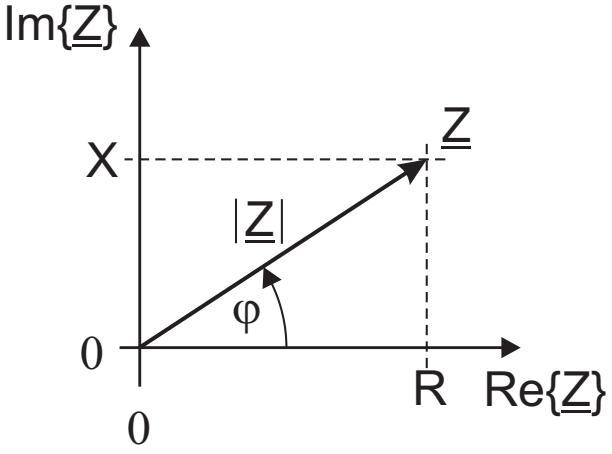
Gleichrichtwert:

$$\left|\bar{U}(t)\right| = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |U(t)| \, \mathrm{dt}$$

Impedanz

Impedanz (Wechselstromwiderstand) wird als komplexe Zahl eingeführt:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}(t)}{\underline{I}(t)} = R + jX = |\underline{Z}|\, e^{j\varphi}$$



$|\underline{Z}|$: Scheinwiderstand
R: Wirkwiderstand (Resistanz)
X: Blindwiderstand (Reaktanz)

Mit den komplexen Wechselgrößen Spannung $\underline{U}(t)$ und Stromstärke $\underline{I}(t)$:

$$\underline{U}(t) = \underbrace{U_0 e^{j\varphi_u}}_{\widehat{U}} e^{j\omega t}$$

$$\underline{I}(t) = \underbrace{I_0 e^{j\varphi_i}}_{\widehat{I}} e^{j\omega t}$$

$\widehat{U}$ und $\widehat{I}$ werden als komplexe Amplituden bezeichnet.

$$\rightarrow \underline{Z} = \frac{\underline{U}(t)}{\underline{I}(t)} = \frac{\widehat{U}}{\widehat{I}} = \frac{U_0}{I_0} e^{j\overbrace{(\varphi_u - \varphi_i)}^{\varphi}}$$

$$\underline{Z} = \frac{U_0}{I_0} e^{j\varphi}$$

mit $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$: Phasenverschiebung zwischen Strom $\underline{I}(t)$ und Spannung $\underline{U}(t)$

$$\Rightarrow \widehat{U} = \underline{Z}\,\widehat{I}$$

bzw.

$$\underline{U}(t) = \underline{Z}\,\underline{I}(t)$$

Zeitliche Verlauf:
$U(t) = \mathrm{Re}\{\underline{U}(t)\}$ für cos-förmige,
$U(t) = \mathrm{Im}\{\underline{U}(t)\}$ für sin-förmige Verläufe

Beispiele:

Ohmscher Widerstand R:

$\underline{Z}_R = R$, mit $\underline{U}(t) = \underline{Z}\,\underline{I}(t)$ sowie

$\underline{I}(t) = \underbrace{I_0 e^{j\varphi(i)}}_{\widehat{I}} e^{j\omega t}$ folgt:

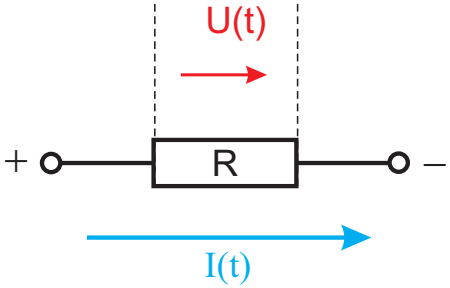
$\underline{U}(t) = R\,\underline{I}(t)$

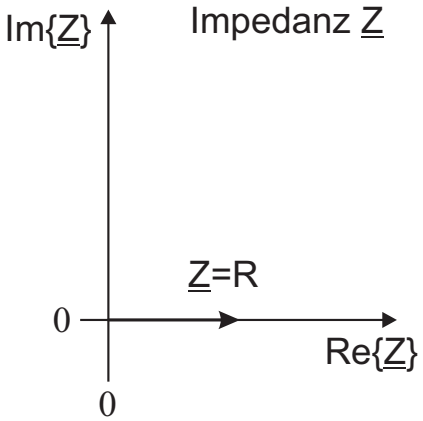
$\underline{U}(t) = \underbrace{R I_0 e^{j\varphi(i)}}_{\widehat{U}} e^{j\omega t}$

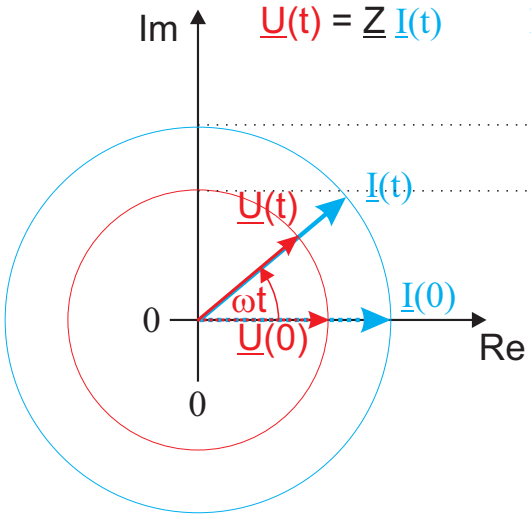
D.h. keine Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung am Ohmschen Widerstand:

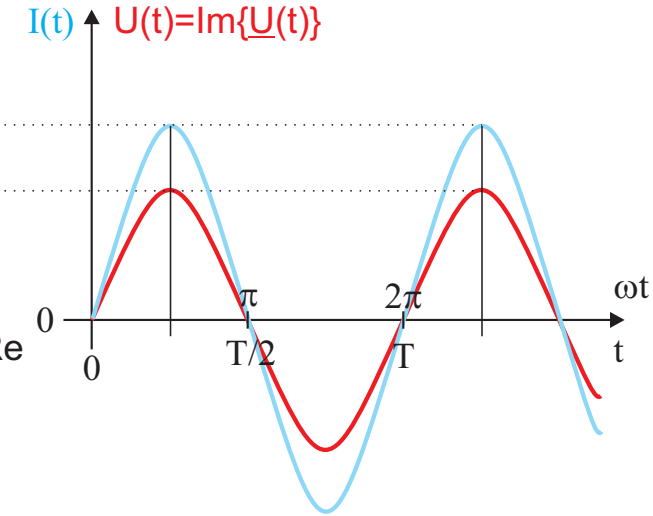
$$\varphi = 0$$

Ohmscher Widerstand R









Idealer Kondensator der Kapazität C:

$\underline{Z}_C = -j\frac{1}{\omega C} = jX_C$, mit $\underline{U}(t) = \underline{Z}\,\underline{I}(t)$

$\Rightarrow \underline{U}(t) = jX_C\,\underline{I}(t)$

Mit $\underline{I}(t) = \underbrace{I_0 e^{j\varphi_{(i)}}}_{\widehat{I}} e^{j\omega t}$ folgt:

$\underline{U}(t) = -j\frac{1}{\omega C} I_0 e^{j\varphi_{(i)}} e^{j\omega t}$

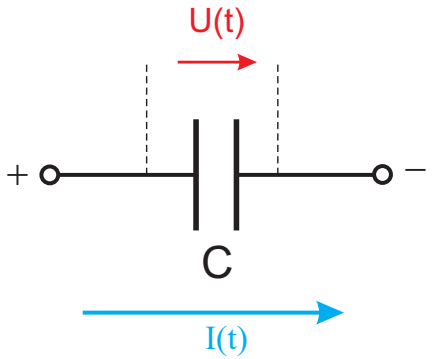
$\underline{U}(t) = e^{-j\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\omega C} I_0 e^{j\varphi_{(i)}} e^{j\omega t}$

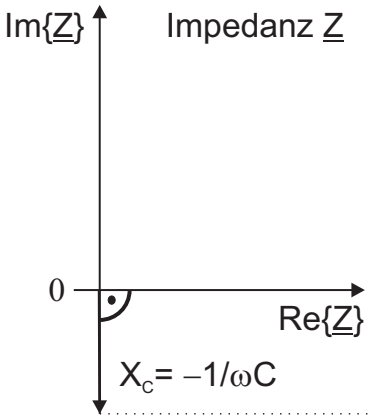
$$\underline{U}(t) = \underbrace{\frac{1}{\omega C} I_0 e^{j(\varphi_{(i)} - \frac{\pi}{2})}}_{\widehat{U}} e^{j\omega t}$$

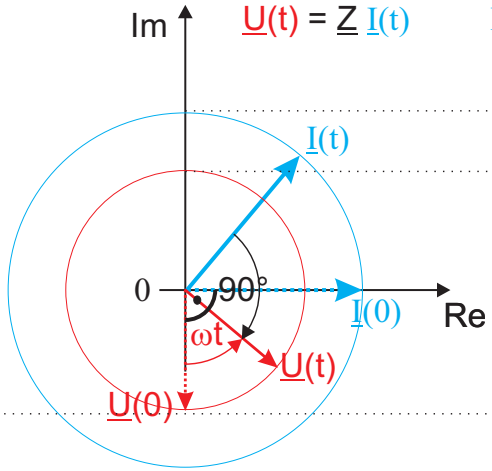
D.h. Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung beträgt am Kondensator:

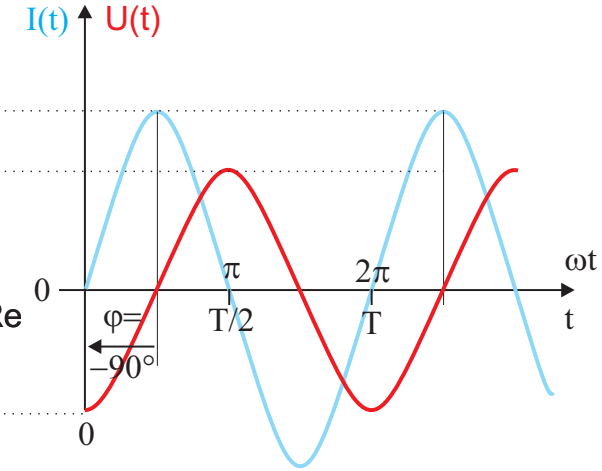
$$\varphi = -\frac{\pi}{2} = -90°$$

Kondensator der Kapazität C









Ideale Spule der Induktivität L:

$$\underline{Z}_L = j\omega L = jX_L, \Rightarrow \underline{U}(t) = \underline{Z}\,\underline{I}(t)$$

$$\underline{U}(t) = jX_L\,\underline{I}(t)$$

Mit $\underline{I}(t) = \underbrace{I_0 e^{j\varphi_{(i)}}}_{\widehat{I}} e^{j\omega t}$ folgt:

$$\underline{U}(t) = j\omega L\, I_0 e^{j\varphi_{(i)}} e^{j\omega t}$$

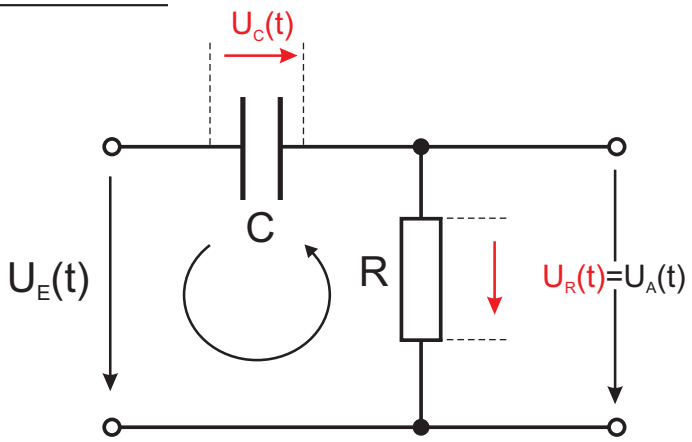
$$\underline{U}(t) = e^{+j\frac{\pi}{2}} \omega L\, I_0 e^{j\varphi_{(i)}} e^{j\omega t}$$

$$\underline{U}(t) = \underbrace{\omega L\, I_0 e^{j(\varphi_{(i)}+\frac{\pi}{2})}}_{\widehat{U}} e^{j\omega t}$$

D.h. Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung beträgt $\varphi = \frac{\pi}{2} = 90°$
Für die Reihen- und Parallelschaltung von Induktivitäten (Spulen) und Kapazitäten (Kondensatoren) gelten die gleichen Zusammenhänge wie für Ohmsche Widerstände. Spannungsabfälle über den einzelnen Bauelementen können, wie bei den rein Ohmschen Widerständen, unter Anwendung der Kirchhoffschen Regeln und des Ohmschen Gesetzes berechnet werden ($\rightarrow$ Spannungsteiler).

Frequenzabhängiger Spannungsteiler

Hochpaß:



Für das Spannunsteilerverhältnis gilt (vergl. Folie Nr.: 8:

$$\frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = \frac{R}{\underline{Z}_{ges}} = \frac{R}{R + (-j\frac{1}{\omega C})}$$

$$\frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = \frac{R(R + j\frac{1}{\omega C})}{(R - j\frac{1}{\omega C})(R + j\frac{1}{\omega C})}$$

$$\frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = \frac{\omega^2 C^2 R(R + j\frac{1}{\omega C})}{(R^2\omega^2 C^2 + 1)}$$

mit der Zeitkonstanten $\tau = RC$ folgt:

$$\frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = \frac{1}{1+\omega^2\tau^2}(\omega^2\tau^2 + j\omega\tau)$$

$$\frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = |\underline{A}|\ e^{j\varphi}$$

φ Phasenverschiebung zwischen Eingangssignal $\underline{U}_E$ und Ausgangssignal $\underline{U}_A$, wobei gilt:

$$\tan\varphi = \frac{\mathrm{Im}\{\frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E}\}}{\mathrm{Re}\{\frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E}\}}$$

$$\tan\varphi = \frac{1}{\omega\tau} = \frac{1}{\omega RC}$$

Die Grenzfrequenz f_g ist beim Hochpaß die Frequenz, für die für die Phasenverschiebung gilt:

$$\varphi = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \tan(45^\circ) = 1$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{1}{\omega_g RC}$$

$$1 = \frac{1}{2\pi f_g RC}$$

$$f_g = \frac{1}{2\pi RC}$$

(Komplexes) Spannungsteilerverhältnis:

$$\frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = |\underline{A}|\ e^{j\varphi}$$

Logarithmisches Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangs<u>leistung</u> in Dezibel (dB):

$$dB = 10\lg(\frac{P_A}{P_E})$$

Für das Verhältnis von Eingangs- zu Ausgangs<u>spannung</u> gilt:

$$dB = 20\lg\frac{U_A}{U_E}$$

Somit gilt für den Betrag des logarithmischen Spannungsteilerverhältnis $|\underline{A}|^{\#}$ in dB:

$$|\underline{A}|^{\#} = 20dB\lg|\underline{A}|$$

Somit gilt für den Hochpaß:

$$|\underline{A}|^{\#} = 20dB\lg\frac{1}{\sqrt{1+1/(\omega^2\tau^2)}}$$

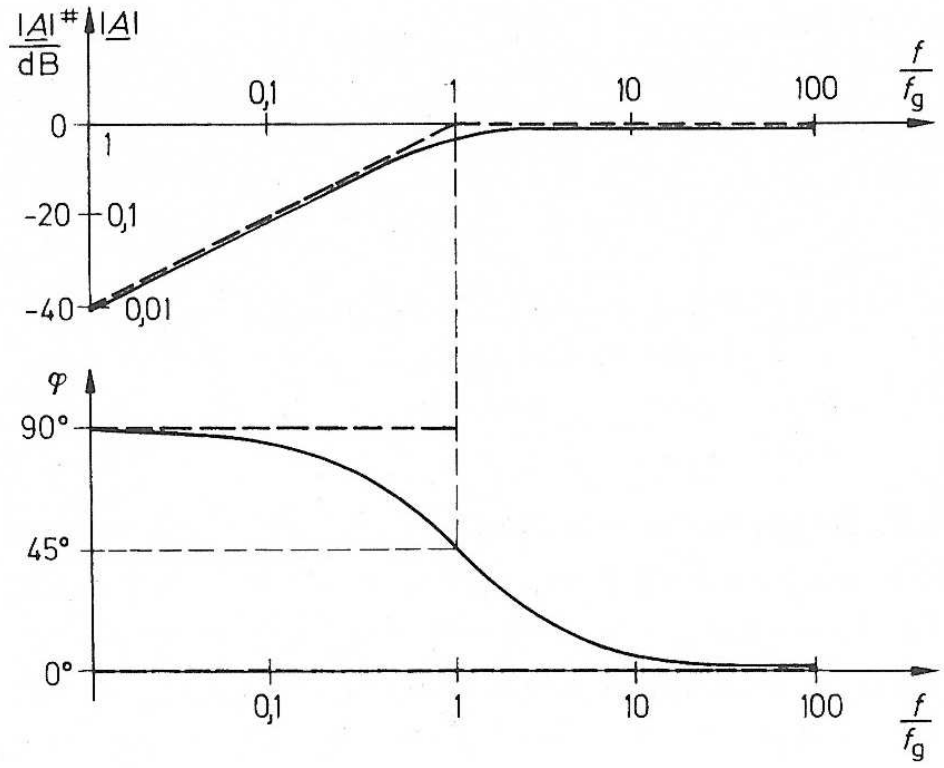
Falls:

$$\omega >> \frac{1}{\tau} \Rightarrow |\underline{A}| = 1 \Rightarrow |\underline{A}|^{\#} = 0dB$$

$$\omega = \frac{1}{\tau} \Rightarrow |\underline{A}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow |\underline{A}|^{\#} \approx -3dB$$

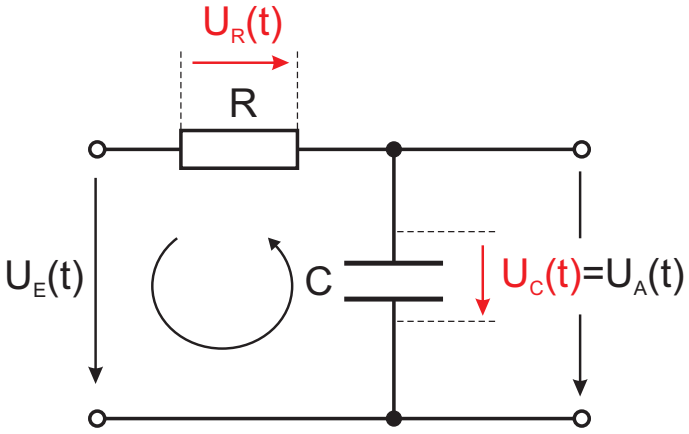
$$\omega << \frac{1}{\tau} \Rightarrow |A| = \omega\tau \Rightarrow |\underline{A}|^{\#} = 20dB\ \lg(\omega\tau)$$

Bode-Diagramm eines Hochpaß



Quelle [2]: U.Tietze, Ch.Schenk: Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer-Verlag

Tiefpaß:



Für das Spannunsteilerverhältnis gilt (vergl. Folie Nr.: 8):

$$\frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_{ges}} = \frac{-j\frac{1}{\omega C}}{R + (-j\frac{1}{\omega C})}$$

$$\frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = \frac{-j\frac{1}{\omega C}(R + j\frac{1}{\omega C})}{(R - j\frac{1}{\omega C})(R + j\frac{1}{\omega C})}$$

$$\frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = \frac{\omega^2 C^2(\frac{1}{\omega^2 C^2} - j\frac{R}{\omega C})}{(R^2\omega^2 C^2 + 1)}$$

mit der Zeitkonstanten $\tau = RC$ folgt:

$$\frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = \frac{1}{1 + \omega^2\tau^2}(1 - j\omega\tau)$$

$$\frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = |\underline{A}|\ e^{j\varphi}$$

φ Phasenverschiebung zwischen Eingangssignal $\underline{U}_E$ und Ausgangssignal $\underline{U}_A$, wobei gilt:

$$\tan\varphi = \frac{\mathrm{Im}\{\frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E}\}}{\mathrm{Re}\{\frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E}\}}$$

$$\tan\varphi = -\omega\tau = -\omega RC$$

Die Grenzfrequenz f_g ist beim Tiefpaß die Frequenz, für die für die Phasenverschiebung gilt:

$$\varphi = -\frac{\pi}{4} = -45^\circ$$

$$\Rightarrow \tan(-45^\circ) = -1$$

$$\Rightarrow -1 = -\omega_g RC$$

$$1 = 2\pi f_g RC$$

$$f_g = \frac{1}{2\pi RC}$$

(Komplexes) Spannungsteilerverhältnis:

$$\frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = |\underline{A}|\ e^{j\varphi}$$

Logarithmisches Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangs<u>leistung</u> in Dezibel (dB):

$$dB = 10\lg(\frac{P_A}{P_E})$$

Für das Verhältnis von Eingangs- zu Ausgangs<u>spannung</u> gilt:

$$dB = 20\lg\frac{U_A}{U_E}$$

Somit gilt für den Betrag des logarithmischen Spannungsteilerverhältnis $|\underline{A}|^{\#}$ in dB:

$$|\underline{A}|^{\#} = 20dB\lg|\underline{A}|$$

Somit gilt für den Tiefpaß:

$$|\underline{A}|^{\#} = 20dB\lg\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$$

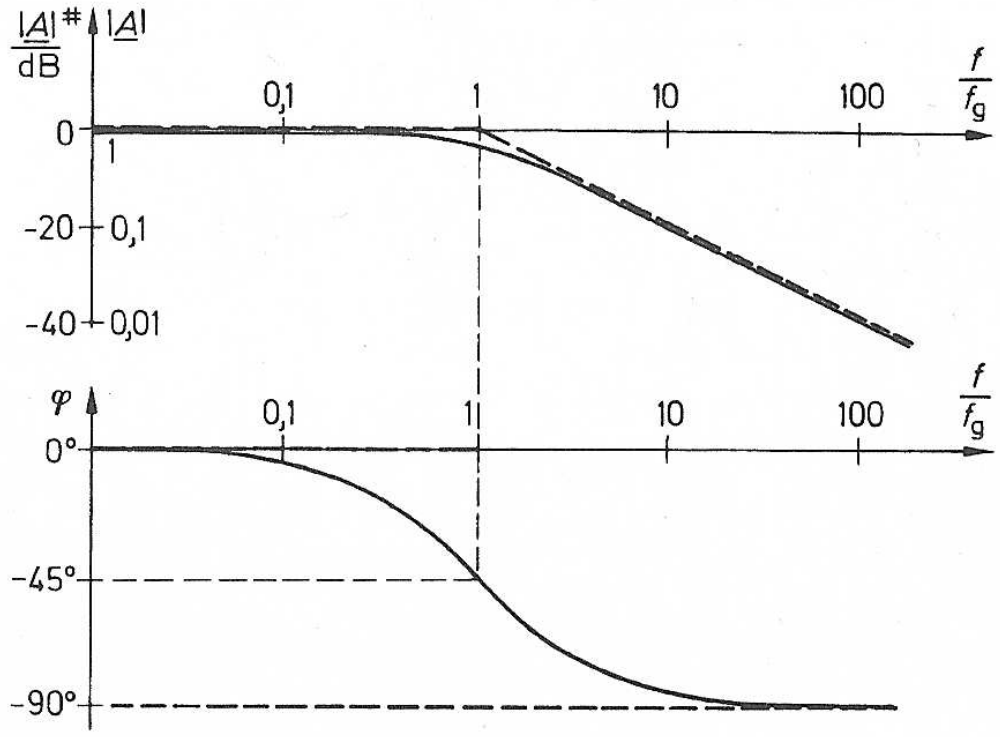
Falls:

$$\omega << \frac{1}{\tau} \Rightarrow |\underline{A}| = 1 \Rightarrow |\underline{A}|^{\#} = 0dB$$

$$\omega = \frac{1}{\tau} \Rightarrow |\underline{A}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow |\underline{A}|^{\#} \approx -3dB$$

$$\omega >> \frac{1}{\tau} \Rightarrow |A| = \frac{1}{\omega\tau} \Rightarrow |\underline{A}|^{\#} = -20dB\ \lg(\omega\tau)$$

Bode-Diagramm eines Tiefpaß



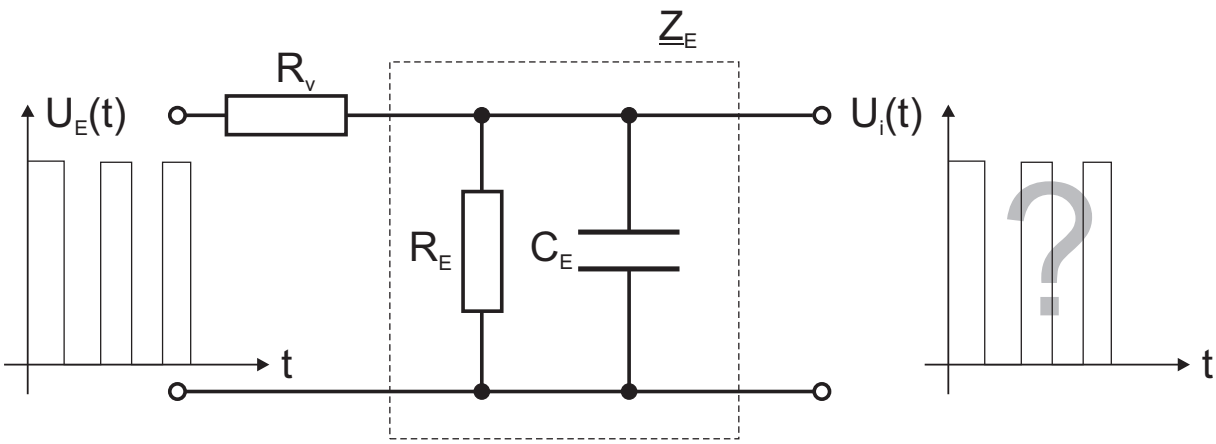
Quelle [2]: U.Tietze, Ch.Schenk: Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer-Verlag

Signalverformung am Tiefpaß:

Oberhalb der Grenzfrequenz f_g wird ein sinusförmiges Eingangssignal zum Ausgang des Tiefpaß um mehr als $3dB$ gedämpft und erfährt eine Phasenverschiebung von $|\varphi| > 45°$.
Beliebig (periodisch) verlaufende Signale können mit Hilfe der Fourier- Transformation spektral zerlegt werden.
Entsprechend des Frequenz- und Phasengangs des Tiefpaß (→ Bode-Diagramm, s. S. 29) werden die einzelnen spektralen (harmonischen) Komponenten des Eingangssignals zum Ausgang des Tiefpaß <u>unterschiedlich</u> gedämpft und erhalten eine Phasenverschiebung abhängig von deren Frequenz.
Das Fourier-Spektrum des Spannungssignals am Ausgang des Tiefpaß ist somit ein anderes als am Eingang, was zur Signalverformung am Ausgang führt.

Signalverformung am Oszilloskop:

Die elektrische Eigenschaft des Oszilloskopeingangs wird durch die Eingangsimpedanz $\underline{Z}_E$ charakterisiert, die sich aus der Parallelschaltung des Eingangswiderstands R_E und der Eingangskapazität C_E zusammensetzt (Ersatzschaltbild des Oszillokopeingangs).
Diese haben typischerweise die Werte:
$R_E = 1M\Omega$ und $C_E = 14pF$.



Je nach Aufgabenstellung können unterschiedliche Situationen vorliegen, z.B.:

- Vorwiderstand R_V ist sehr viel kleiner als R_E (Normalfall)
- Ein für das Oszilloskop zu großes Spannungssignal (U_E) muß mit Hilfe eines Vor-

widerstandes R_V abgeschwächt werden (Meßspitze)

- Die Signalquelle selbst hat einen sehr hohen Innenwiderstand R_i

Der Vorwiderstand R_V liegt in Reihe zur Eingangsimpedanz $\underline{Z}_E$ des Oszilloskops. Ein zu untersuchendes Spannungssignal $U_E(t)$ muß diese Impedanzen durchlaufen, um als internes Spannungssignal $U_i(t)$ auf dem Schirm dargestellt zu werden.
Entspricht nun die auf dem Schirm des Oszilloskops dargestellte Signalform $U_i(t)$ dem Original $U_E(t)$ (bis auf einen konstanten Faktor)?
Zu berechnen ist das (komplexe) Spannungsteilerverhältnis:

$$\frac{\underline{U}_i}{\underline{U}_E} = \frac{\underline{Z}_E}{\underline{Z}_{ges}} = \frac{\underline{Z}_E}{\underline{Z}_E + R_V}$$

Grenzfälle:

$R_V << R_E$ (Normalfall):

$$\Longrightarrow \frac{\underline{U}_i}{\underline{U}_E} = \frac{1}{1+\omega^2\tau^2}(1 - j\omega\tau)$$

entspricht der Tiefpaßübertragungsfunktion mit der Zeitkonstanten

$$\tau = R_V C_E \Rightarrow \omega_g = \frac{1}{R_V C_E}$$

Mit $R_V = 50\Omega$ ergibt sich eine Grenzfrequenz von $f_g \approx 230MHz$ bei der schon eine signifikante Signalverformung auftritt.

$R_V \approx R_E$:

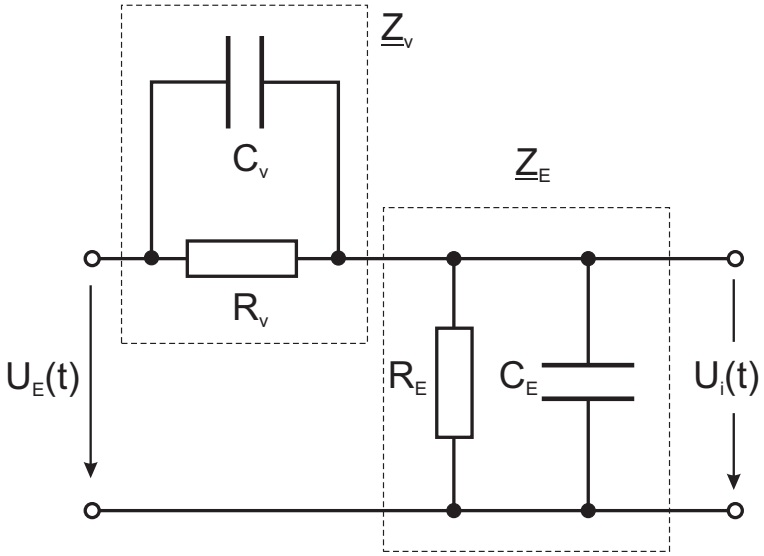
$$\Longrightarrow \omega_g \approx \frac{1}{R_V C_E} + \frac{1}{R_E C_E}$$

$R_V >> R_E$:

$$\Longrightarrow \omega_g = \frac{1}{R_E C_E}$$

Vermeidung der Signalverformung

Der Spannungsteiler bestehend aus den Impedanzen R_V und Z_E ist frequenzabhängig.
Bedingung: Der Spannungsteiler muß frequenzunabhängig werden:



Durch Parallelschaltung eines Kondensators C_V zu R_V (s. Abb.) muß die Impedanz Z_V so gewählt werden, daß der Spannungsteiler – nun bestehend aus Z_V und Z_E – frequenzunabhängig wird: Dann werden alle Fourier-Komponenten des Eingangssignals $U_E(t)$ um den gleichen Faktor gedämpft, so daß zwar das Ausgangssignal $U_i(t)$ eine kleinere Amplitude besitzt, aber nicht mehr verformt wird. Mit

$$\underline{Z_E} = \frac{R_E}{1 + j\omega R_E C_E}$$

$$\underline{Z_V} = \frac{R_V}{1 + j\omega R_V C_V}$$

ist das (komplexe) Spannungsteilerverhältnis zu berechnen:

$$\frac{\underline{U}_i}{\underline{U}_E} = \frac{\underline{Z}_E}{\underline{Z}_{ges}} = \frac{\underline{Z}_E}{\underline{Z}_E + \underline{Z_V}} \stackrel{!}{=} const.$$

$$\Longrightarrow \frac{\underline{U}_i}{\underline{U}_E} = \frac{1}{1 + \frac{\underline{Z_V}}{\underline{Z}_E}}$$

$$\frac{\underline{U}_i}{\underline{U}_E} = \frac{1}{1 + \frac{R_V(1+j\omega R_E C_E)}{R_E(1+j\omega R_V C_V)}}$$

Dieser Ausdruck wird nur dann unabhängig von der Frequenz, wenn gilt:

$$R_V C_V = R_E C_E$$

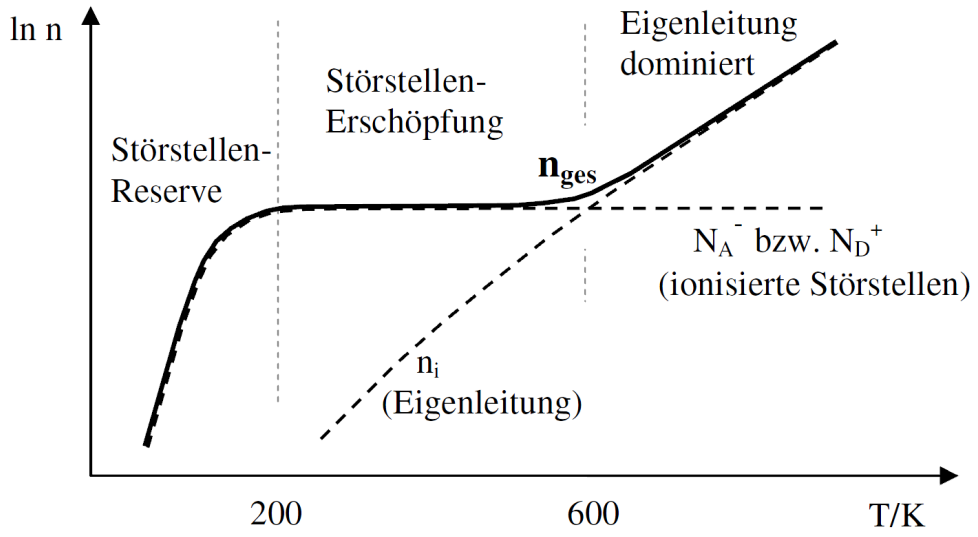
Denn dann folgt

$$\frac{\underline{U}_i}{\underline{U}_E} = \frac{1}{1 + \frac{R_V\cancel{(1+j\omega R_E C_E)}}{R_E\cancel{(1+j\omega R_E C_E)}}} = \frac{1}{1 + \frac{R_V}{R_E}} = \text{const.}$$

da R_V und R_E rein Ohmsche Widerstände sind.

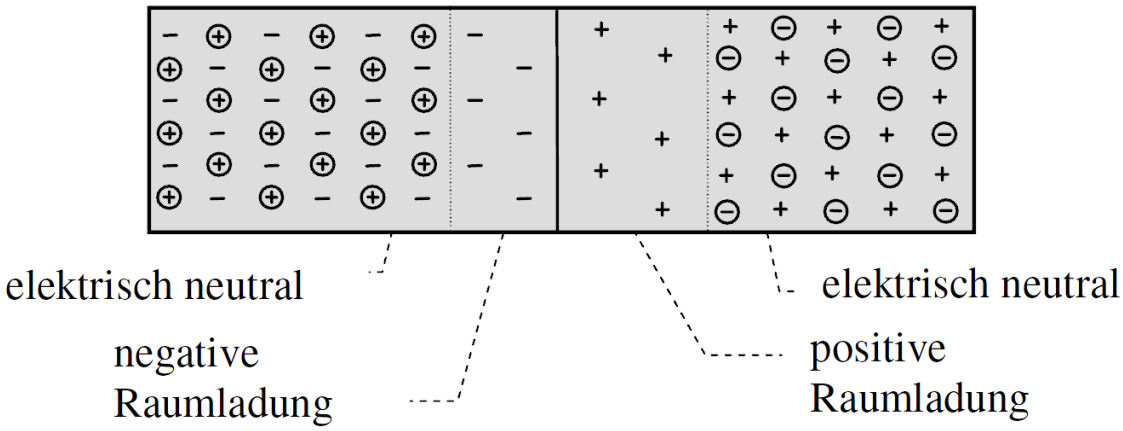
Halbleiter

Frei bewegliche Ladungsträger müssen durch thermische Anregung generiert werden:



Quelle [1]: Stefan Goßner: Grundlagen der Eleltronik, Shaker-Verlag

n- und p- dotierte Zone im Kontakt:



Quelle [1]: Stefan Goßner: Grundlagen der Eleltronik, Shaker-Verlag

Der Konzentrationsunterschied der freien Ladungsträger im p- bzw. n- Gebiet führt aufgrund der thermischen Bewegung zur Diffusion:

n-Gebiet: Elektronen (Majoritätsladungsträger im n-Gebiet) diffundieren ins p-Gebiet und rekombinieren dort mit den Löchern.
p-Gebiet: Löcher (Majoritätsladungsträger im p-Gebiet) diffundieren ins n-Gebiet und rekombinieren mit den Elektronen.
Im **p-Gebiet** reduziert sich somit die Anzahl der Löcher durch

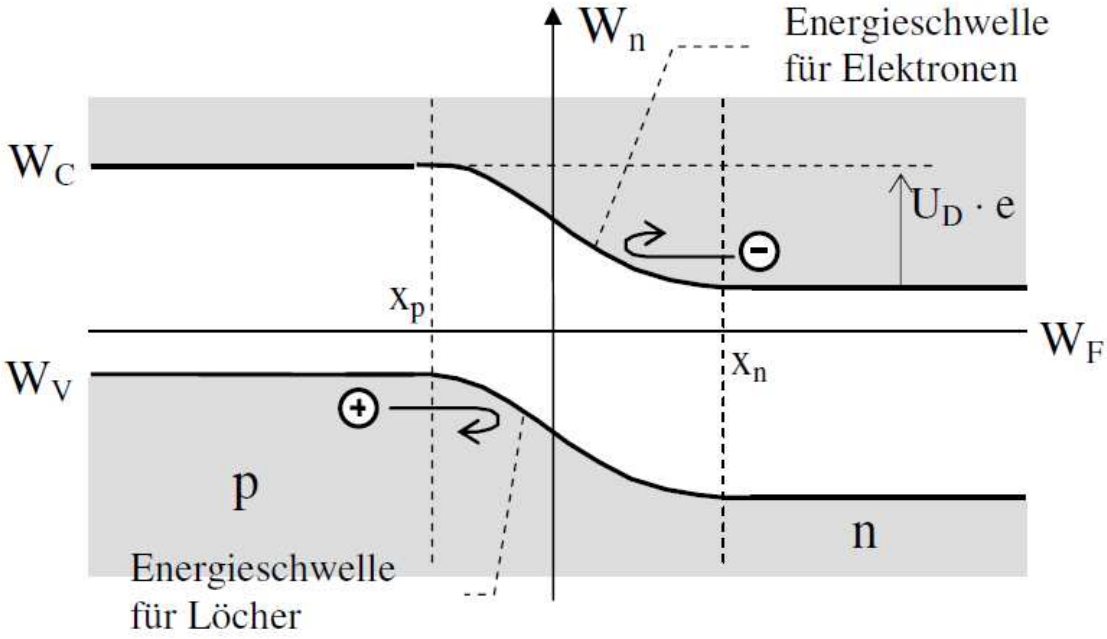
- Diffusion ins n-Gebiet
- Rekombination mit eingewanderten (diffundierten) Elektronen aus dem n-Gebiet

Den ortsfesten negativen Ladungen im p- Gebiet (ionisierte Akzeptoren) steht eine verminderte Anzahl an Löchern gegenüber: Die p-Zone ist negativ aufgeladen.
Ebenso reduziert sich die Anzahl der Elektronen der **n-Zone** durch

- Diffusion ins p- Gebiet
- Rekombination mit eingewanderten (diffundierten) Löchern aus dem p-Gebiet

Den ortsfesten positiven Ladungen im n- Gebiet (ionisierte Donatoren) steht eine verminderte Anzahl an Elektronen gegenüber: Die n-Zone ist positiv aufgeladen.

Die Raumladungen erzeugen ein elektrisches Feld, das eine weitere Diffusion von Ladungsträgern unterbindet. Das elektrische Feld führt über den Bereich der Raumladungszone zu einer Spannung, der sog. Diffusionsspannung U_D. Da diese den weiteren Konzentrationsausgleich unterbindet wird sie auch als anti-Diffusionsspannung bezeichnet.

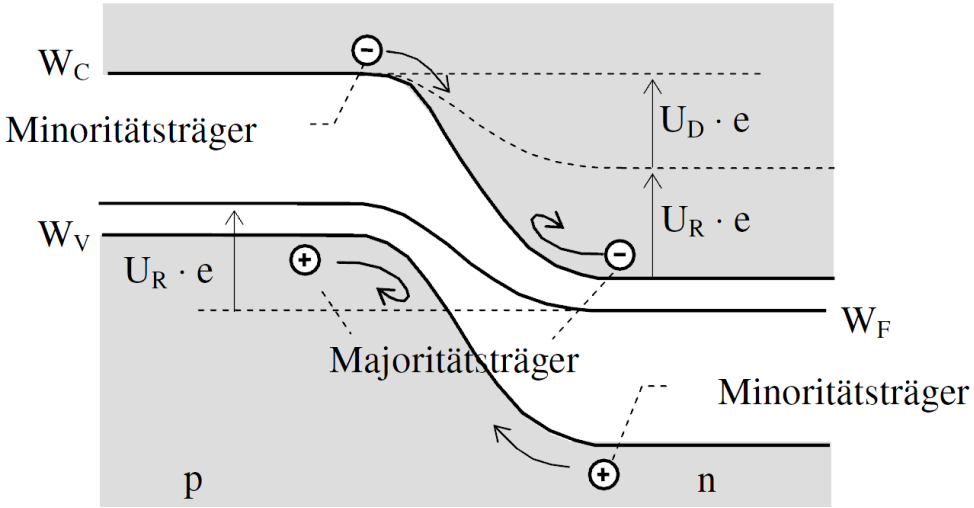


Quelle [1]: Stefan Goßner: Grundlagen der Eleltronik, Shaker-Verlag

Im spannungslosen Zustand beträgt die Sperrschichtweite W_{S0} (s. Goßner[1]):

$$W_{S0} = \sqrt{\frac{2\epsilon}{e}(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D})U_D}$$

Beispiel für Silizium: $\epsilon = 11,7$, $N_A = N_D = 10^{15} cm^{-3}$,
$U_D = 0,6V$,$\Rightarrow W_{S0} = 1,25\mu m$
Anlegen einer externen Spannung überlagert sich mit der Diffusionsspannung U_D des pn-Übergangs:
Sperrpolung:
Die in Sperrichtung angelegte externe Spannung U_R vergrößert die Potentialbarriere und vergrößert damit die Raumladungszone.
Majoritätsladungsträger können nicht über den pn-Übergang fließen, der pn- Übergang sperrt.

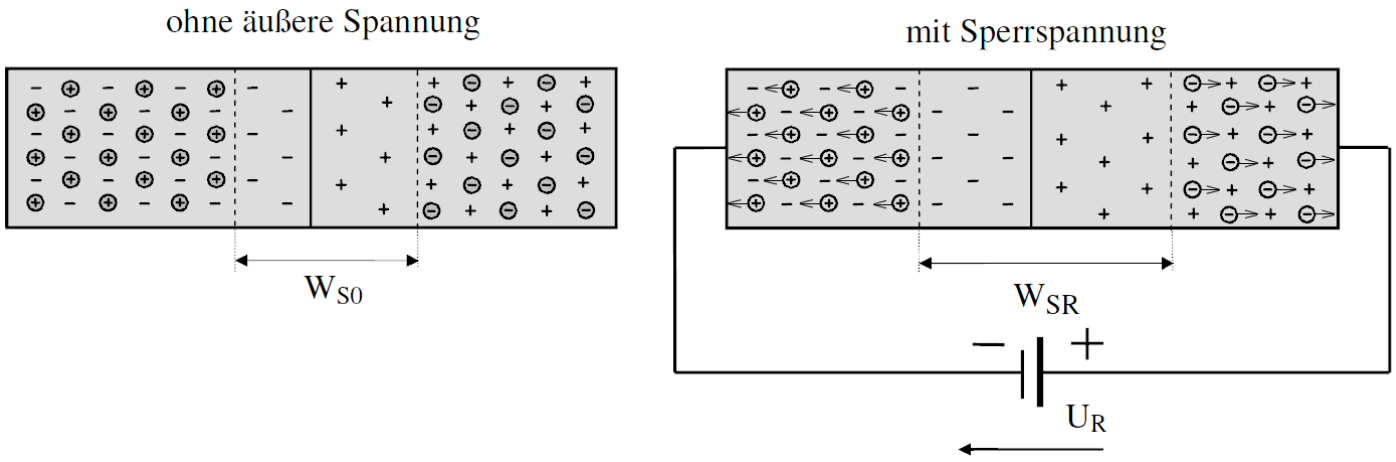


Quelle [1]: Stefan Goßner: Grundlagen der Eleltronik, Shaker-Verlag

Die Sperrsichtweite wächst mit der Sperrspannung U_R (s. Goßner [1]):

$$W_S = \sqrt{\frac{2\epsilon}{e}(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D})(U_D + U_R)}$$

Für **Minoritätsladungsträger** stellen Diffusionsspannung U_D und angelegte Sperrspannung U_R eine Beschleunigungsspannung dar (keine Potentialbarriere). Abfließende Minoritätsladungsträger bilden den Sperrstrom.

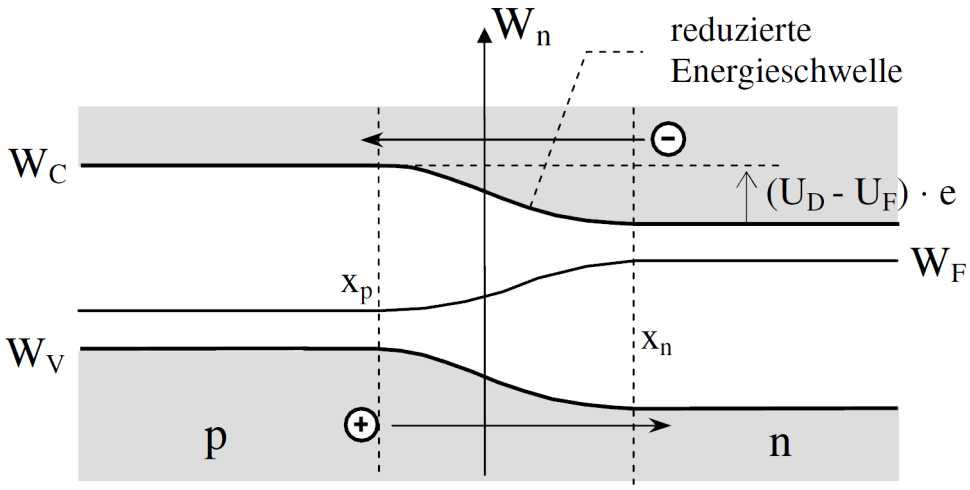


Quelle [1]: Stefan Goßner: Grundlagen der Eleltronik, Shaker-Verlag

Flußpolung:

Durch die in Durchlaßrichtung (Flußpolung) angelegte äußere Spannung U_F wird die Potentialdifferenz U_{pn} über dem pn-Übergang verringert:

$$U_{pn} = U_D - U_F$$



Quelle [1]: Stefan Goßner: Grundlagen der Eleltronik, Shaker-Verlag

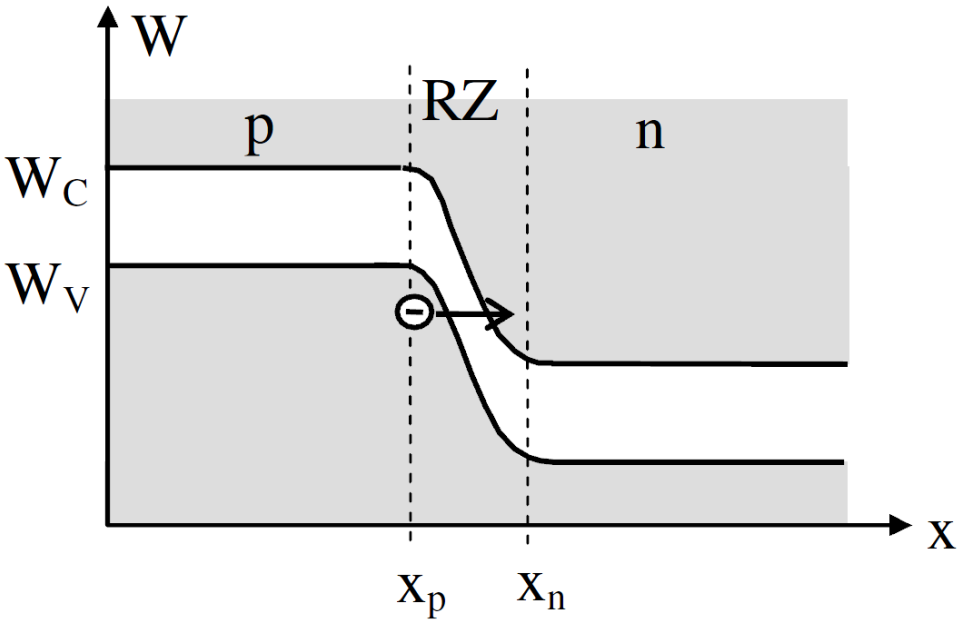
Die Sperrschichtweite der Raumladungszone nimmt ab.
Majoritätsladungsträger können über die nun verminderte Potentialschwelle diffundieren, es fließt ein Strom in Durchlaßrichtung.

Durchbruch bei Sperrpolung

Lawinen-Effekt:
Bei hinreichend großer **elektrischer Feldstärke** werden die in der Sperrzone befindlichen Elektronen (erzeugt durch Paarbildung, Diffusion) so stark beschleunigt, daß durch **Stoßionisation** ein Elektron-Loch- Paar erzeugt wird. Ist die **Sperrschichtweite ausreichend groß**, so kann das durch Stoßionisation erzeugte Elektron im elektrischen Feld der Sperrschicht so viel Energie aufnehmen, so daß durch Stoß weitere Elektronen-Loch Paare entstehen: **Lawinen-Effekt** $\Rightarrow$ Sperrstrom steigt bei Erhöhung der Sperrspannung steil an.

Zener Effekt

- Hohe Dotierung
- Sperrschichtweite meist zu klein für den Lawinen-Effekt
- Hohe Dotierung und sehr kleine Sperrschichtweite führt zu sehr hohen el. Feldstärken bei Sperrpolung ⇒ Elektronen werden aus den Bindungen gelöst (innere Feldemission)
- Bei sehr geringer Sperrschichtweite tunneln Valenzelektronen des p-Gebiets in das Leitungsband des n-Gebiets: Zener-Effekt ist ein Tunnel-Effekt



Thermischer Durchbruch

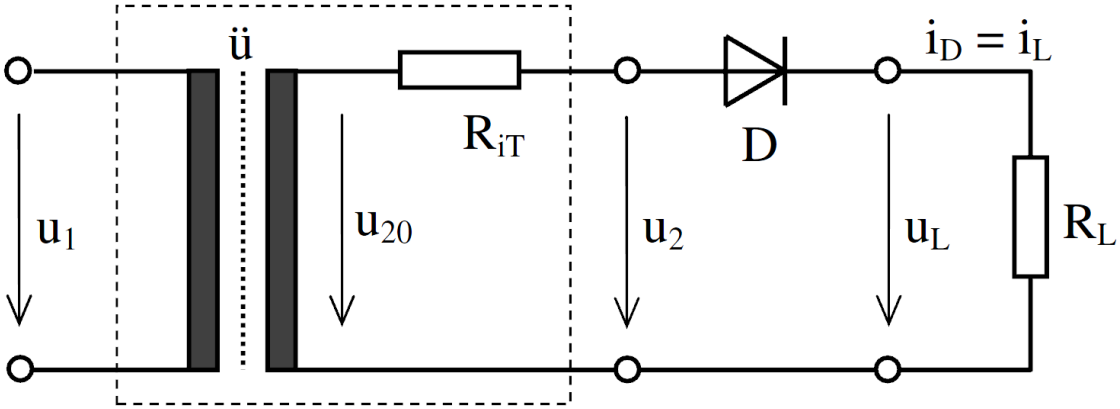
- Sperrstrom führt zur Erwärmung der Sperrzone
- neue Ladungsträgerpaare (Paarbildung durch thermische Anregung) werden erzeugt
- Erwärmung steigt weiter an und Sperrstrom steigt weiter an bis zur Zerstörung (thermischer Durchbruch oder auch 2. Durchbruch)

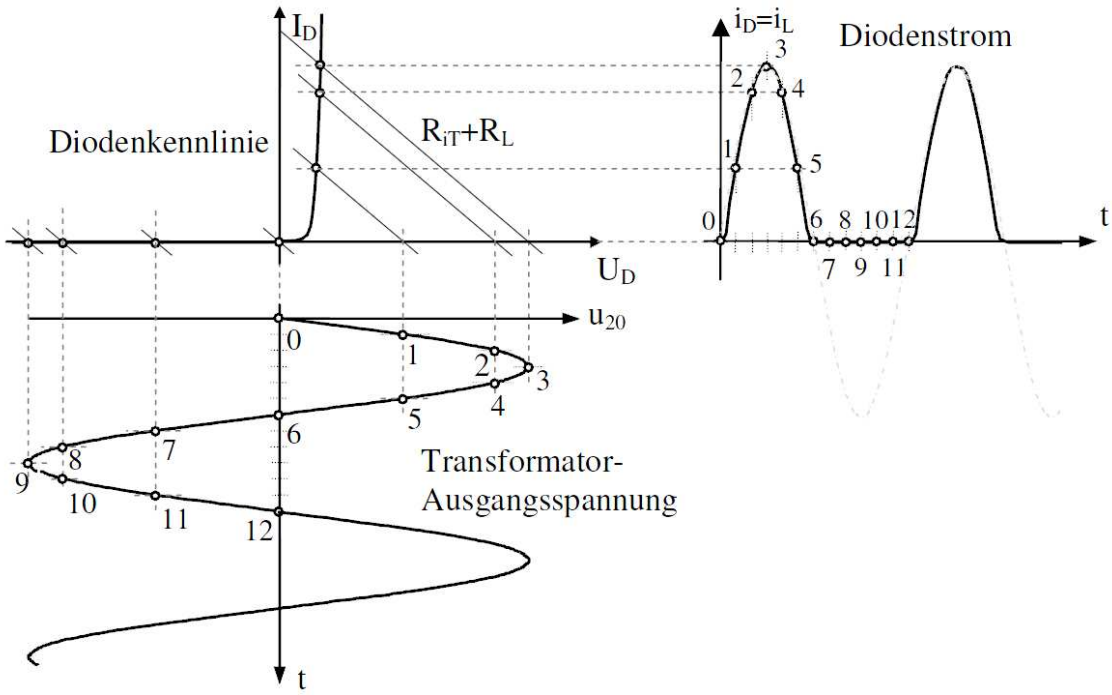
Weiterführende Literatur siehe auch:

[2]: U. Tietze, Ch. Schenk: Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer-Verlag

[4]: W. Hilberg: Grundlagen elektronischer Schaltungen, R. Oldenburg Verlag

Einweggleichrichter





Quelle [1]: Stefan Goßner: Grundlagen der Eleltronik, Shaker-Verlag

Bipolartransistor (Beispiel: npn-Transistor)

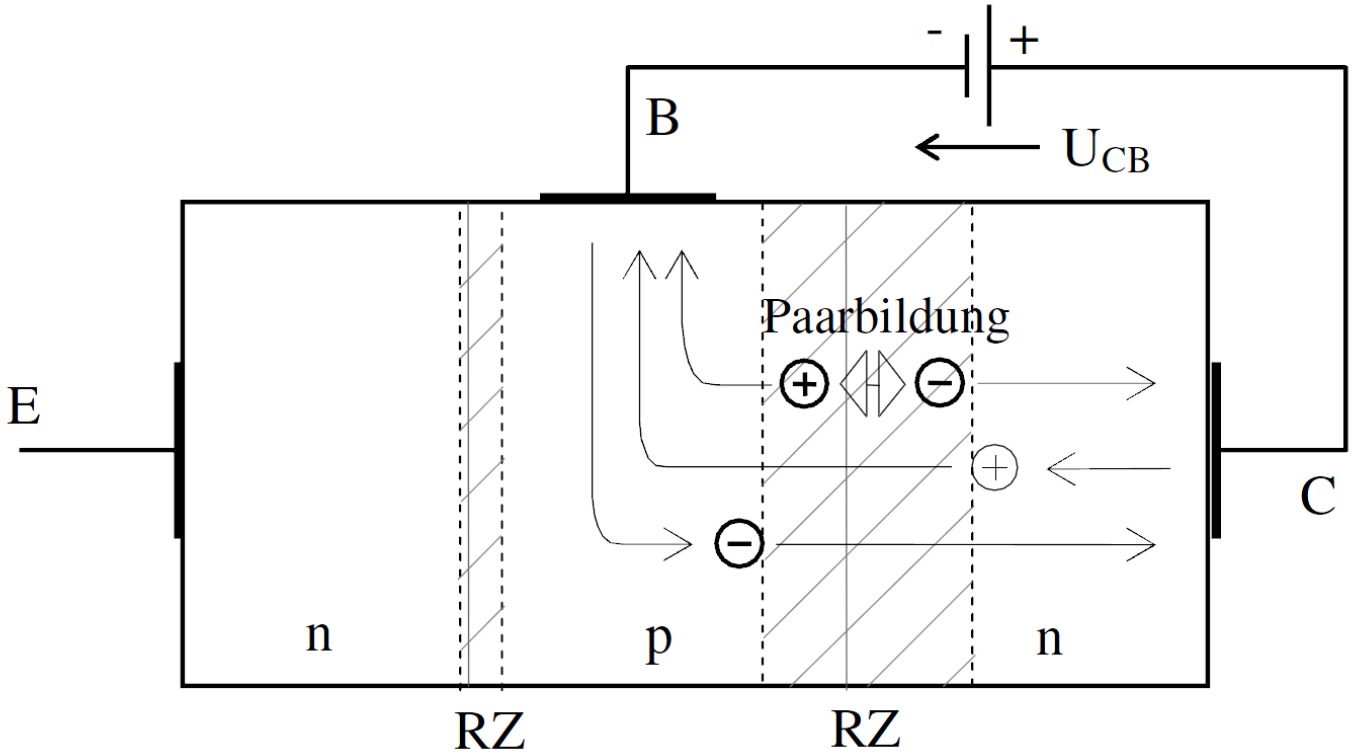
E: Emitter: hoch n-dotierte Zone
B: Basis: dünne, schwach dotierte p-Zone
C: Kollektor: n- dotierte Zone

Beschreibung des Verhaltens (s. Goßner [1]):
1.Schritt:

- Sperrspannung am Kollektor-Basis- Übergang
- Emitter offen

$\Rightarrow$ Ausgedehnte Raumladungszone (RZ, Sperrschicht), kein Majoritätsladungstrom möglich, jedoch **Minoritäts**ladungsstrom (I_{CB0}), **Sättigungssperrstrom** (temperaturabhängig!), wird bestimmt durch:

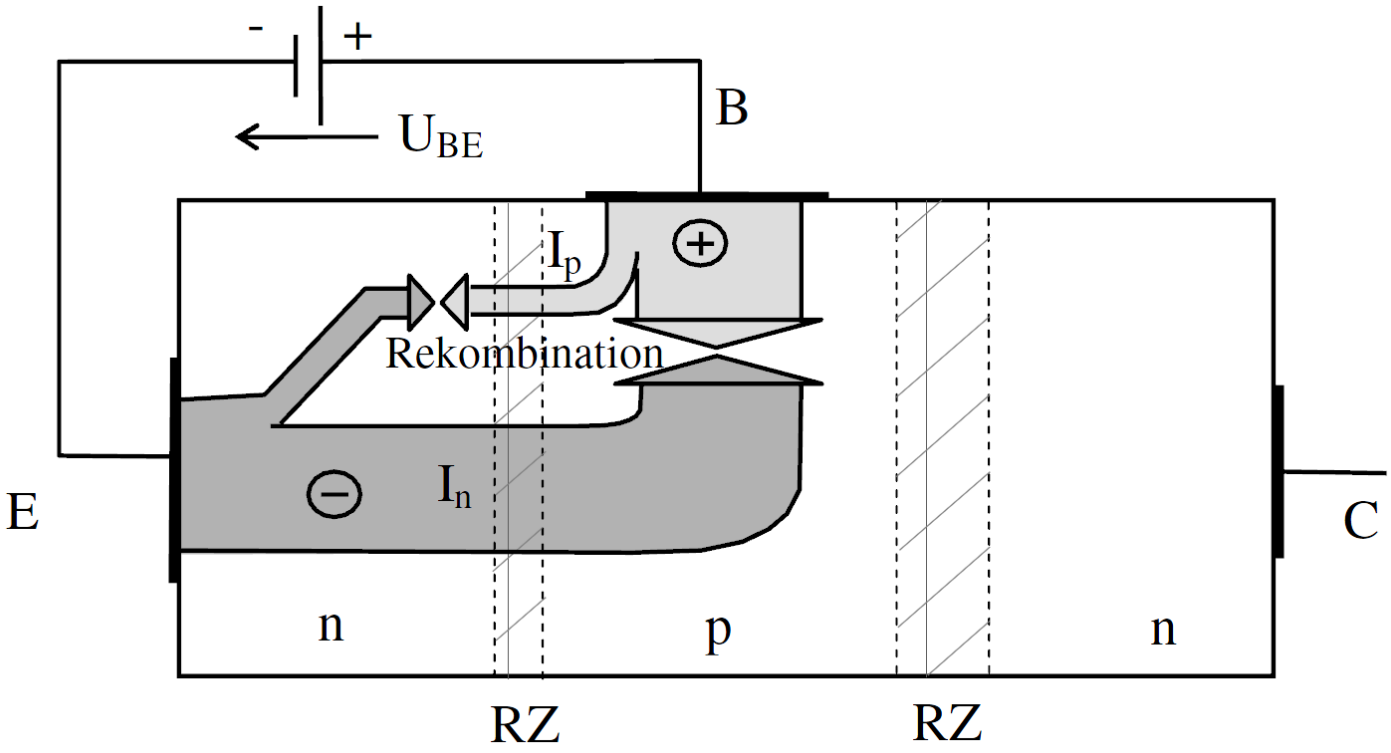
- In Raumladungszone durch thermische Anregung generierte Ladungsträgerpaare (Paarbildung)
- Zum pn-Übergang diffundierende Minoritätsladungsträger



Quelle [1]: Stefan Goßner: Grundlagen der Eleltronik, Shaker-Verlag

2.Schritt: Flußpolung am Basis-Emitter- Übergang, Kollektoranschluß offen $\Rightarrow$

- Flußspannung U_{BE} wirkt der Diffusionsspannung U_D entgegen und verringert die Potentialbarriere des Basis- Emitter (pn)-Übergangs $\Rightarrow$ Majoritätsladungsträger diffundieren in den pn- Übergang:
- Elektronen der Emitter-Zone (dort Majoritätsladungsträger) diffundieren in die Basiszone (Strom I_n)
- Löcher der Basis-Zone (dortige Majoritätsladungträger) diffundieren in die Emitterzone (Strom I_p) und rekombinieren dort mit den Elektronen Dotierung der Emitter-Zone ist sehr viel größer als die der Basis-Zone $I_n >> I_p$
- Elektronenstrom I_n aus dem Emitter (dortige Majoritätsladungsträger) rekombinieren mit den Löchern aus der Basiszone
- Basis-Zone ist sehr viel geringer dotiert (Akzeptoren, d.h. p-dotiert) als der Emitter (Donatoren, d.h. n-dotiert): Diffusionslänge der in die Basis diffundierenden Elektronen ist groß



Quelle [1]: Stefan Goßner: Grundlagen der Eleltronik, Shaker-Verlag

3. Schritt

- Sperrspannung am Kollektor-Basis Übergang
- Flußspannung am Basis-Emitter Übergang

$\Rightarrow$ Fließende Ströme:

- Sperrstrom I_{CB0} am Kollektor-Basis Übergang
- Löcherstrom I_p aus der Basis-Zone in die Emitterzone (Nebenstrom) und rekombiniert dort mit den Majoritätsladungträgern, den Elektronen
- Elektronenstrom aus der Emitter-Zone (dortige Majoritätsladungsträger) in die Basis-Zone. Der Weg zum Kollektorseitigen pn-Übergang ist sehr kurz, da Basis-Zone sehr dünn $\Rightarrow$ die meisten Elektronen erreichen den Kollektorseitigen pn-Übergang

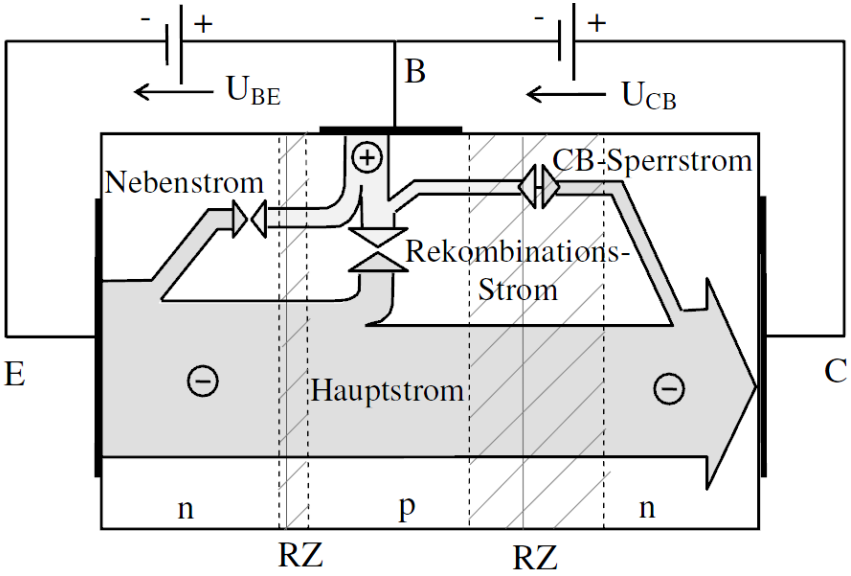
Aus der Emitter-Zone in die Basis-Zone hineindiffundierten **Elektronen** sind dort (in der Basis-Zone) **Minoritäts**ladungsträger. Diese werden daher von der am Kollektor-Basis-Übergang herrschenden Raumladungszone (el. Feld der Sperrschicht, Sperrspannung) zum Kollektor hin beschleunigt $\Rightarrow$ **Hauptstrom**

Nur ein kleiner Teil der Elektronen des Stroms I_n rekombiniert in der Basis-Zone und kann den Kollertorseitigen pn-Übergang nicht erreichen (Rekombinationsstrom).

Transistor-Effekt:

- Durchlaßspannung (Flußpolung) am Basis-Emitter Übergang führt zu großem Elektronenstrom I_n in die Basis-Zone
- Der größte Teil dieser **Elektronen** wird durch das elektr. Feld der Sperrschicht (bzw. Sperrspannung) des Kollektor-Basis- Übergangs beschleunigt (da Elektronen dort **Minoritäts**ladungsträger) $\Rightarrow$ **Hauptstrom**
- Nur ein kleiner Teil der Elektronen des Stroms I_n rekombiniert in der Basis-Zone und kann den Kollertorseitigen pn-Übergang nicht erreichen (Rekombinationsstrom)
- Am Basisanschluß fließt nur der von der dortigen Flußspannung U_{BE} verursachte sehr viel kleinere Löcherstrom I_p (Nebenstrom), sowie der Rekombinationsstrom

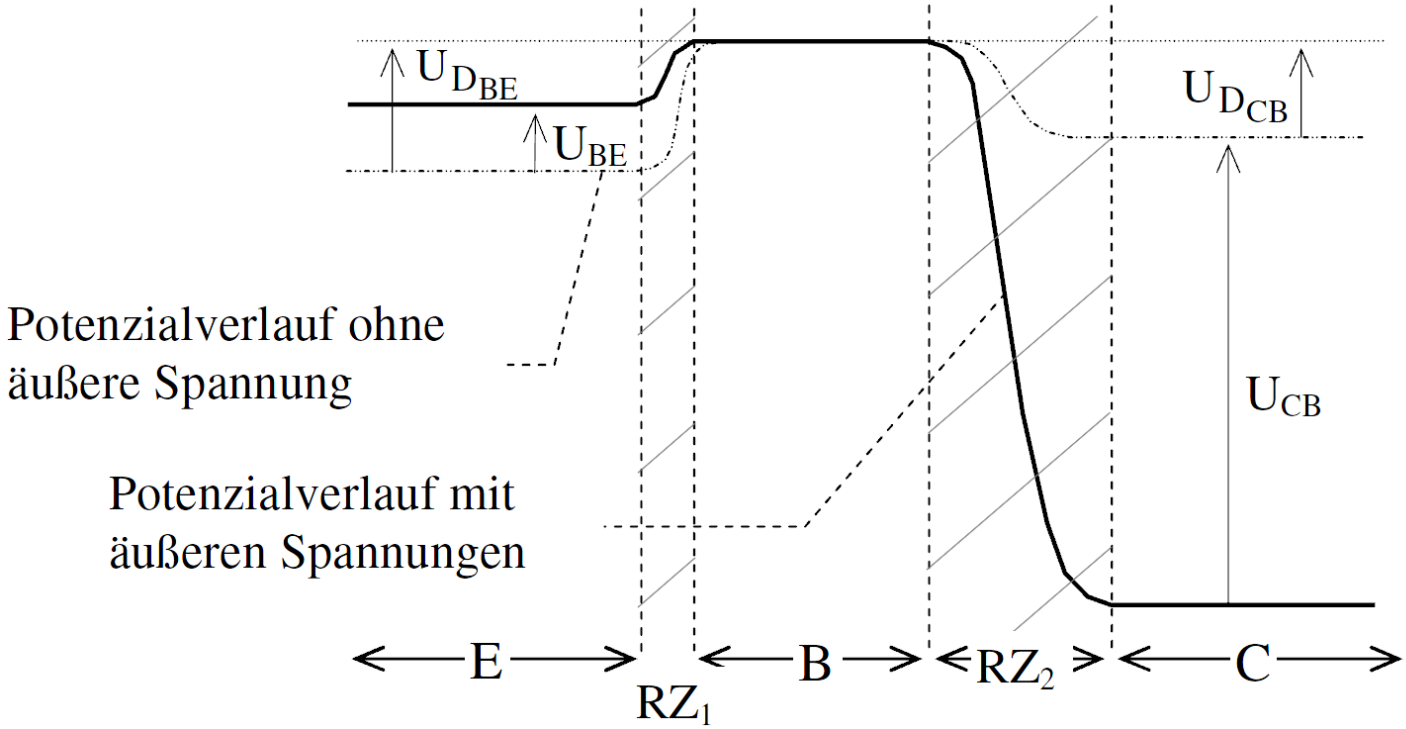
Mit einem sehr kleinen **Basisstrom** I_B wird damit ein **großer Strom (Hauptstrom)** I_C vom Kollektor zum Emitter gesteuert (Transistoreffekt).



Die Ströme an den äußeren Anschlüssen setzen sich folgendermaßen zusammen:

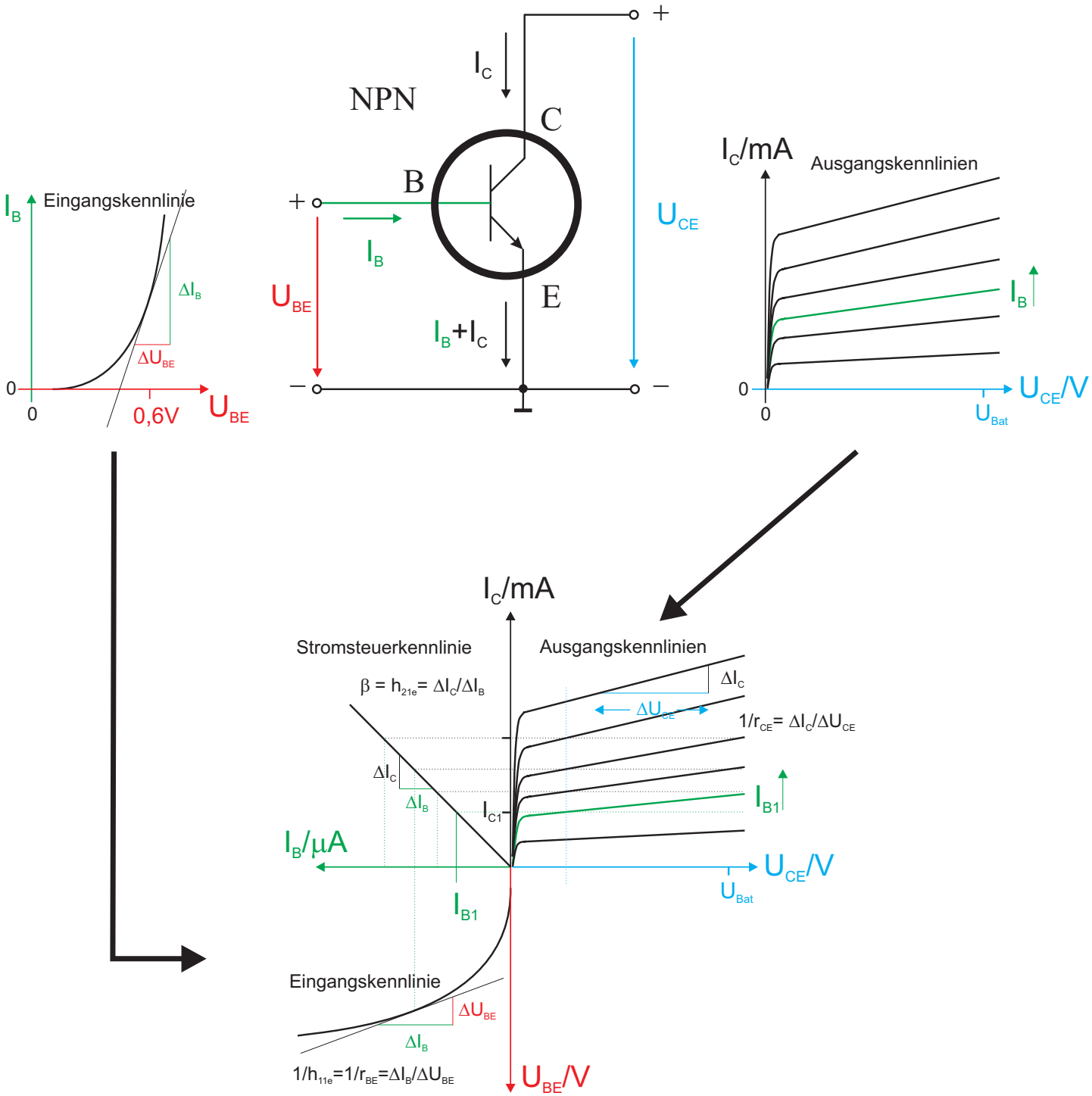
Emitterstrom I_E	**Basisstrom I_B**	**Kollektorstrom I_C**
Hauptstrom	Nebenstrom	Hauptstrom
+ Nebenstrom	+ Rekombinationsstrom	+ Sperrstrom I_{CB0}
+ Rekombinationsstrom	- Sperrstrom I_{CB0}	

Quelle [1]: Stefan Goßner: Grundlagen der Eleltronik, Shaker-Verlag



Quelle [1]: Stefan Goßner: Grundlagen der Eleltronik, Shaker-Verlag

Transistor-Kennlinien (schematisch)



Beschreibung des Verhaltens des Transistors mit Hilfe der Kleinsignalparameter:
Kleinsignaleingangsleitwert im Arbeitspunkt U_{B0}:

$$\frac{1}{h_{11e}} = \frac{1}{r_{BE}} = \left(\frac{dI_B}{dU_{BE}}\right)_{U_{B0}}$$

Entspricht der Steigung der **Eingangskennlinie** ein einem bestimmten Arbeitspunkt (U_{B0})

Kleinsignalstromverstärkung β:

$$\beta = h_{21e} = \left(\frac{dI_C}{dI_B}\right)_{U_{CE}}$$

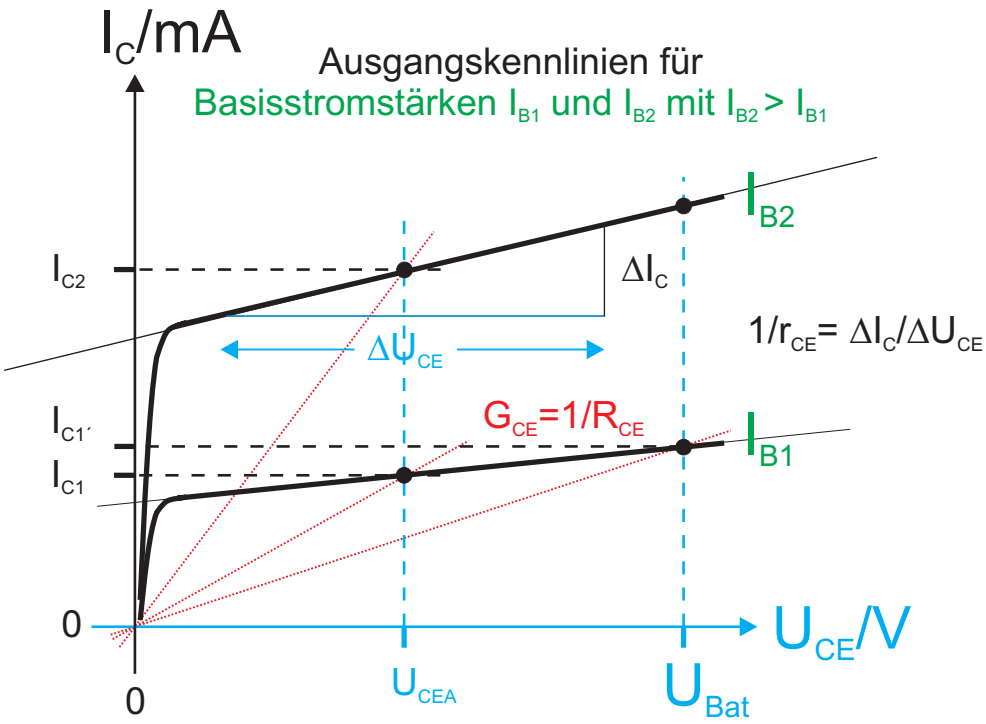
Entspricht der Steigung der **Stromsteuerkennlinie** in einem Arbeitspunkt $U_{CE} = const.$ Der Verlauf ist weitgehend linear.

Kleinsignalsusgangsleitwert im Arbeitspunkt U_{CEA}:

$$h_{22e} = \frac{1}{r_{CE}} = \left(\frac{dI_C}{dU_{CE}}\right)_{U_{CEA}}$$

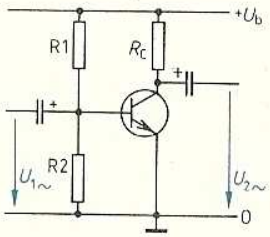
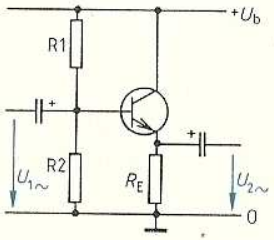
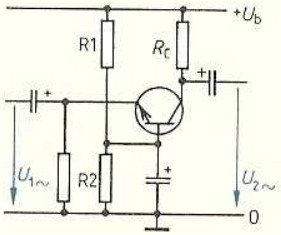
Entspricht der Steigung der **Ausgangskennlinie** in einem Arbeitspunkt $U_{CE} = const.$

Ausgangskennlinien des Transistors (schematisch) für zwei Basisstromstärken I_{B1} und I_{B2}, mit $I_{B2} > I_{B1}$



Der statische Ausgangswiderstand R_{CE} des Transistors (bzw. -leitwert $G_{RC} = 1/R_{CE}$) hängt sowohl von der Stärke des Basisstroms I_B als auch von der Kollektor-Emitter-Spannung U_{CE} ab (zu statischen und dynamischen Widerständen vergl. S. 5 ff.).
Die Bezeichnung **Transistor** ist ein Konstrukt aus den engl. Wörtern ***tran**sfer* und *re**sistor*** und soll diese Abhängigkeiten zum Ausdruck bringen.

Tabelle 1: Grundschaltungen des Transistors

Schaltungsart	Emitterschaltung	Kollektorschaltung	Basisschaltung
Schaltung			
Stromverstärkungs-faktor	groß, z. B. 300	groß, z. B. 300	< 1
Spannungs-verstärkungsfaktor	groß, z. B. 300	< 1	groß, z. B. 100
Leistungs-verstärkungsfaktor	sehr groß, z. B. 30 000	groß, z. B. 300	groß, z. B. 200
Eingangswiderstand Ausgangswiderstand	mittel, z. B. 5 kΩ groß, z. B. 10 kΩ	groß, z. B. 50 kΩ klein, z. B. 100 Ω	klein, z. B. 50 Ω groß, z. B. 10 kΩ
Lage der Eingangs-spannung zur Ausgangsspannung	gegenphasig	gleichphasig	gleichphasig

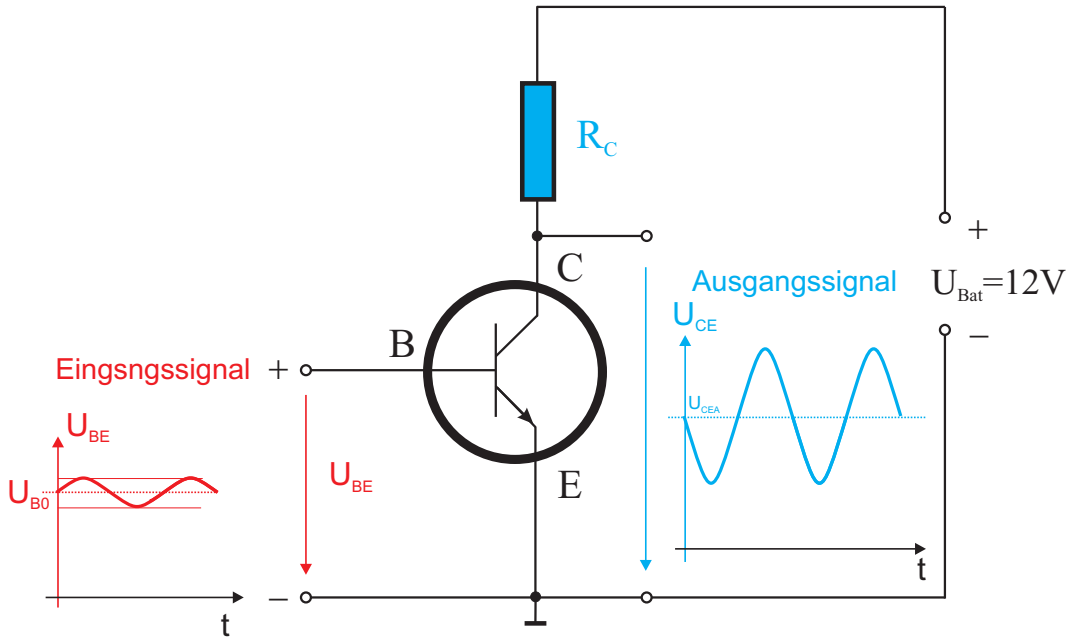
Die angegebenen Werte gelten für NPN-Kleinleistungstransistoren bei niederen Frequenzen.

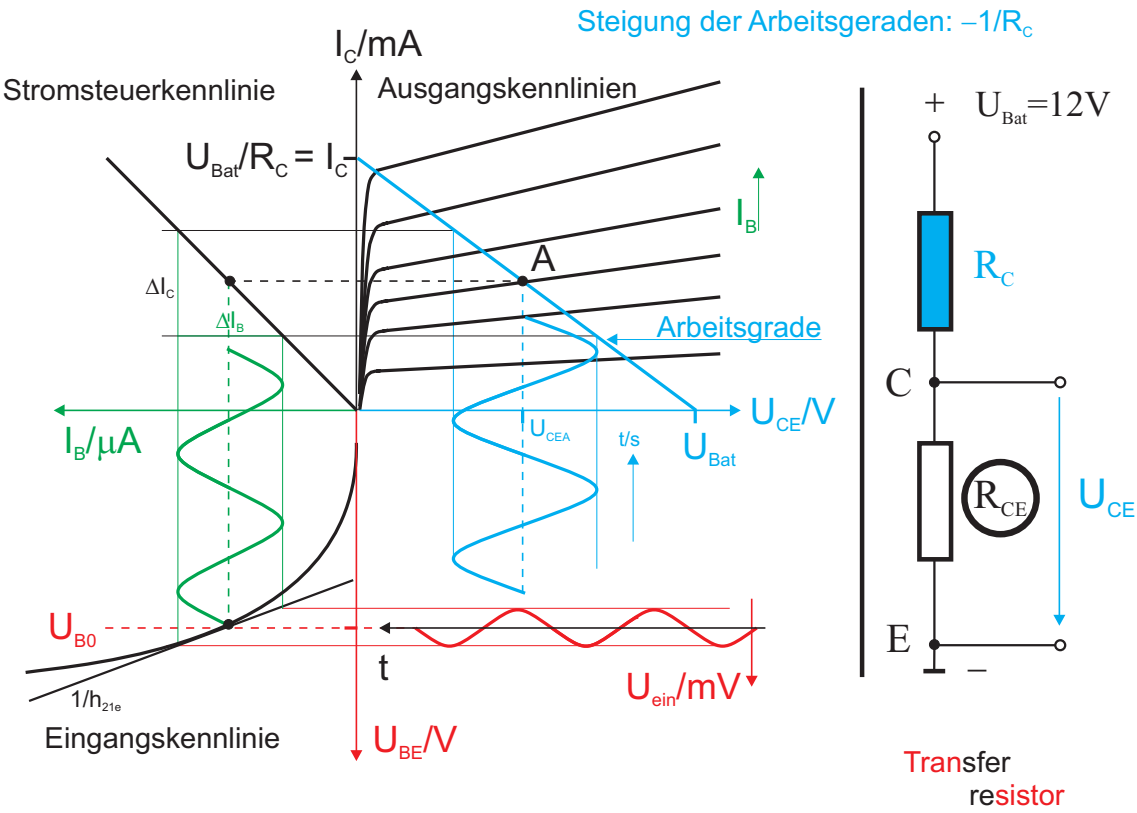
Quelle [3]: Fachkunde Informations- und Industrieelektronik, Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co.

Elektronik

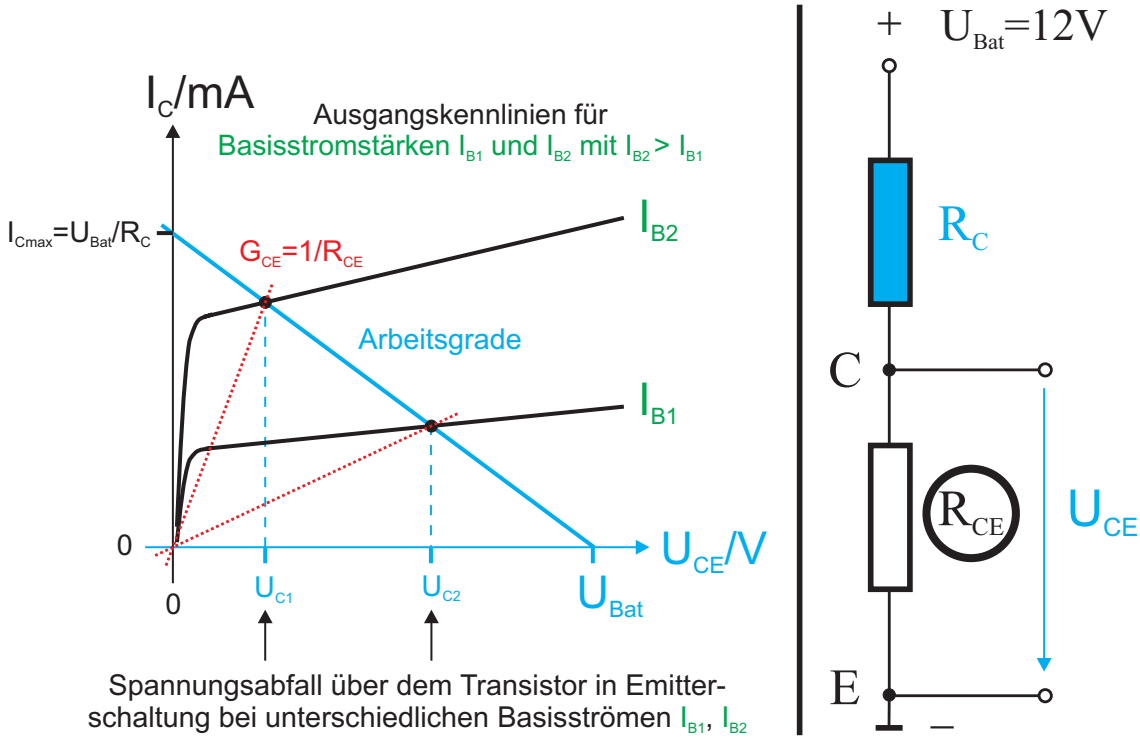
Transistor als Spannungsverstärker

Emitterschaltung:





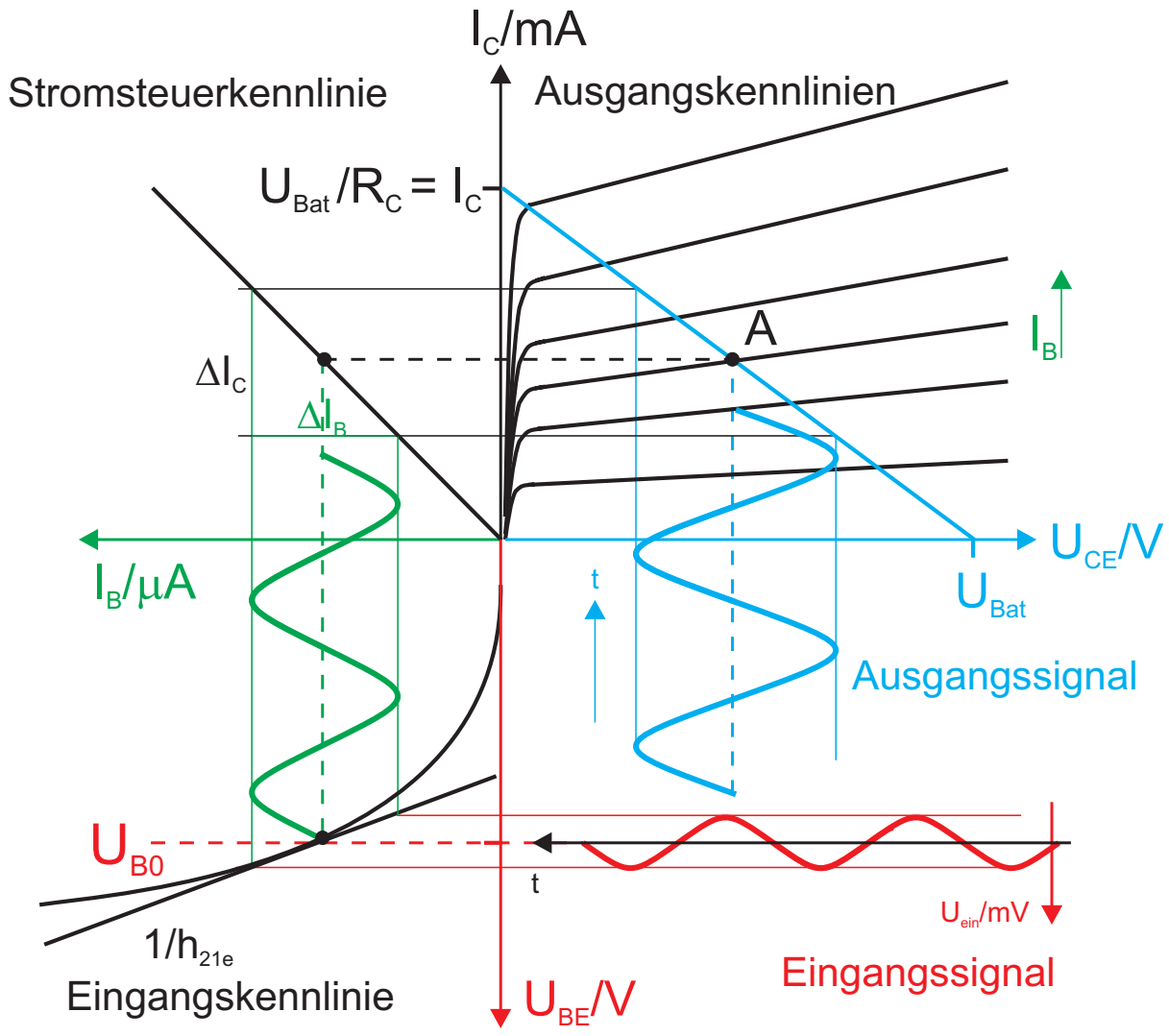
Zum Spannungsabfall U_{CE} über dem Transistor in Emitterschaltung



Der statische Ausgangsleitwert G_{CE} des Transistors hängt vom Basisstrom I_B ab.
In Reihe geschaltet zu einem Kollektorvorwiderstand R_C (Emitterschaltung) kann der Spannungsabfall U_{CE} über dem Transistor als Schnittpunkt von der zu I_B gehörenden Ausgangskennlinie mit der Arbeitsgeraden (gespiegelte I-U- Kennlinie von R_C!) erhalten werden (vergl. S. 7).

Arbeitspunkt

Transistor als Spannungsverstärker: Arbeitspunkt in Emitterschaltung



Transistor als Spannungsverstärker

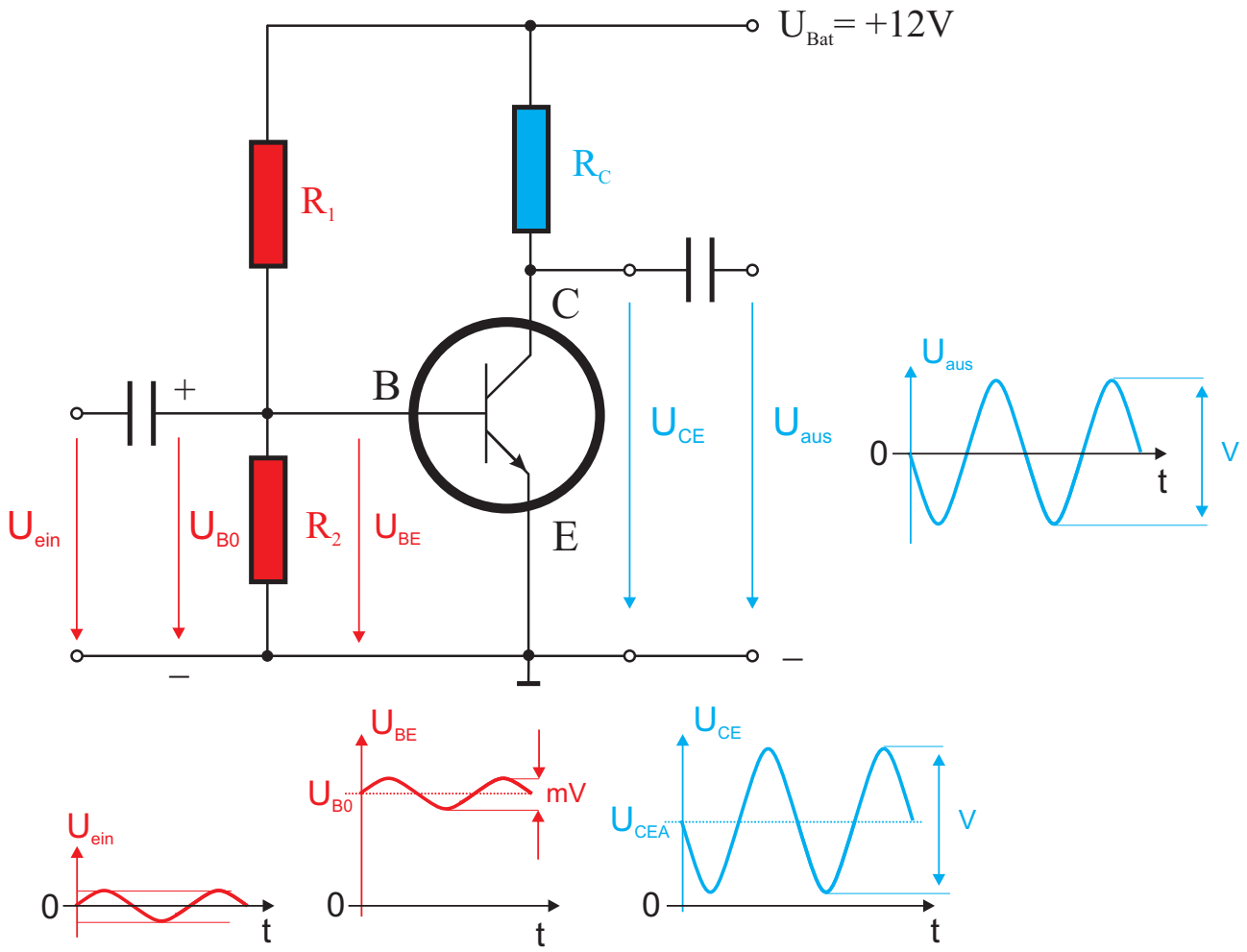
Emitterschaltung

Der Spannungsabfall U_{CE} über dem Transistor (d.h. das Ausgangssignal der Emitterschaltung) kann als Schnittpunkt der Ausgangskennlinienschaar (Parameter: Basisstrom I_B) mit der Arbeitsgraden erhalten werden (als Projektion auf die x- Achse, s.S. 61, 62).
Die Arbeitsgrade ist die um die y- Achse gespiegelte Kennlinie des Kollektorvorwiderstandes R_C, deren Steigung $-1/R_C$ beträgt (vergl.: Bestimmung des Arbeitspunktes eines Spannungsteilers mit Hilfe der Widerstandskennlinien, s. Folie Nr.7).

Weiterführende Literatur siehe auch: [1]-[4]

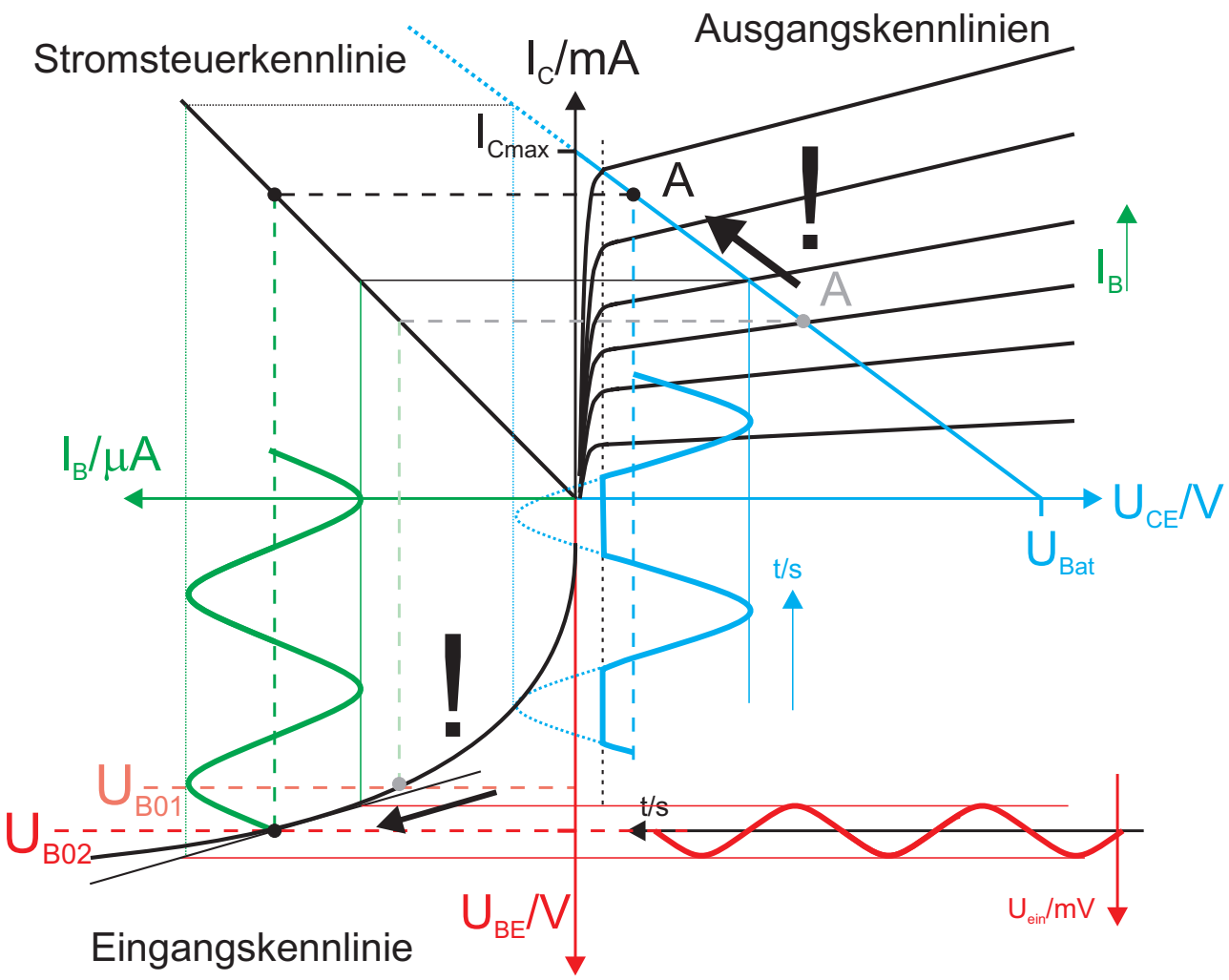
Arbeitspunkt

Der Arbeitspunkt wird in der Emitterschaltung durch die Basisvorspannung U_{B0} festgelegt, die durch den Spannungsteiler R_1, R_2 zur Verfügung gestellt wird:



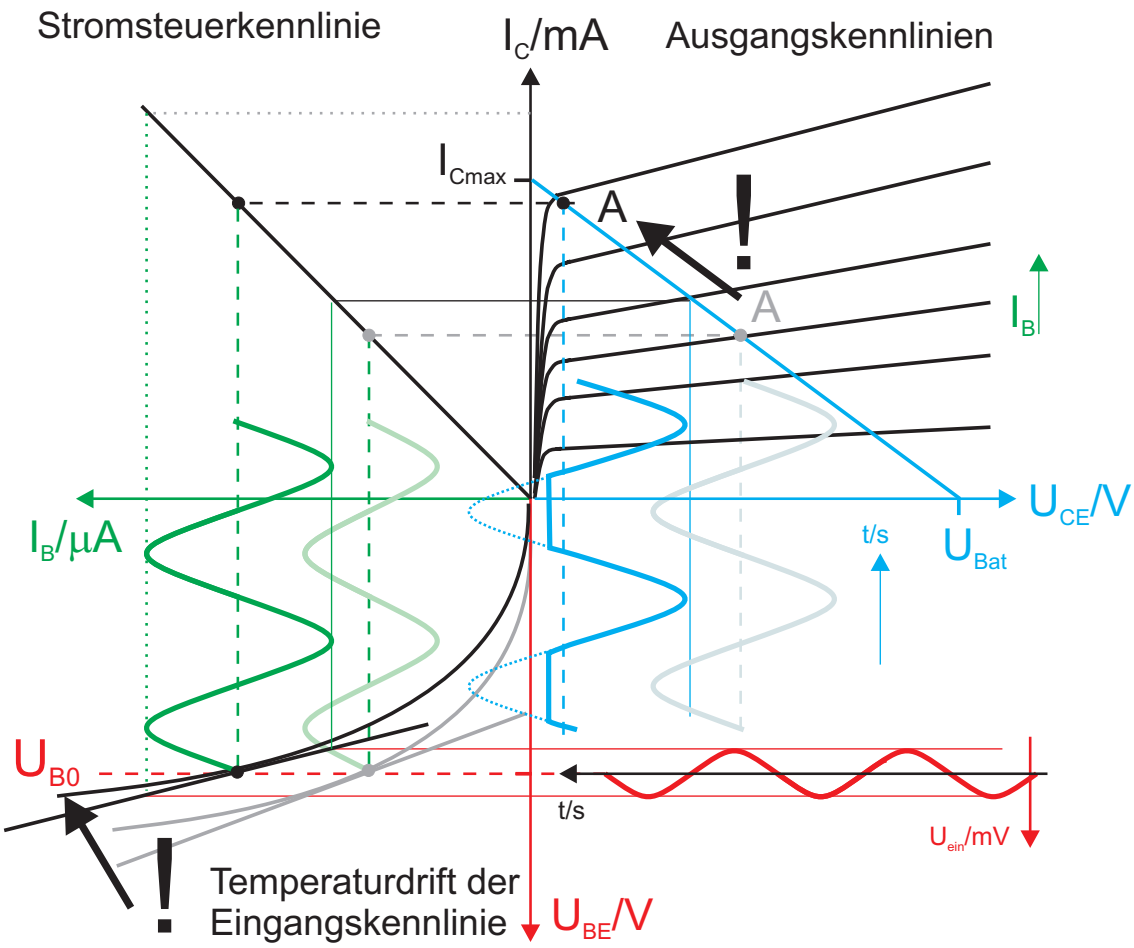
Arbeitspunkt

Ungünstige Wahl des Arbeitspunktes (Basisvorspannung U_{B0}) kann zur starken Verzerrung des Ausgangssignals (U_{CE}) führen:



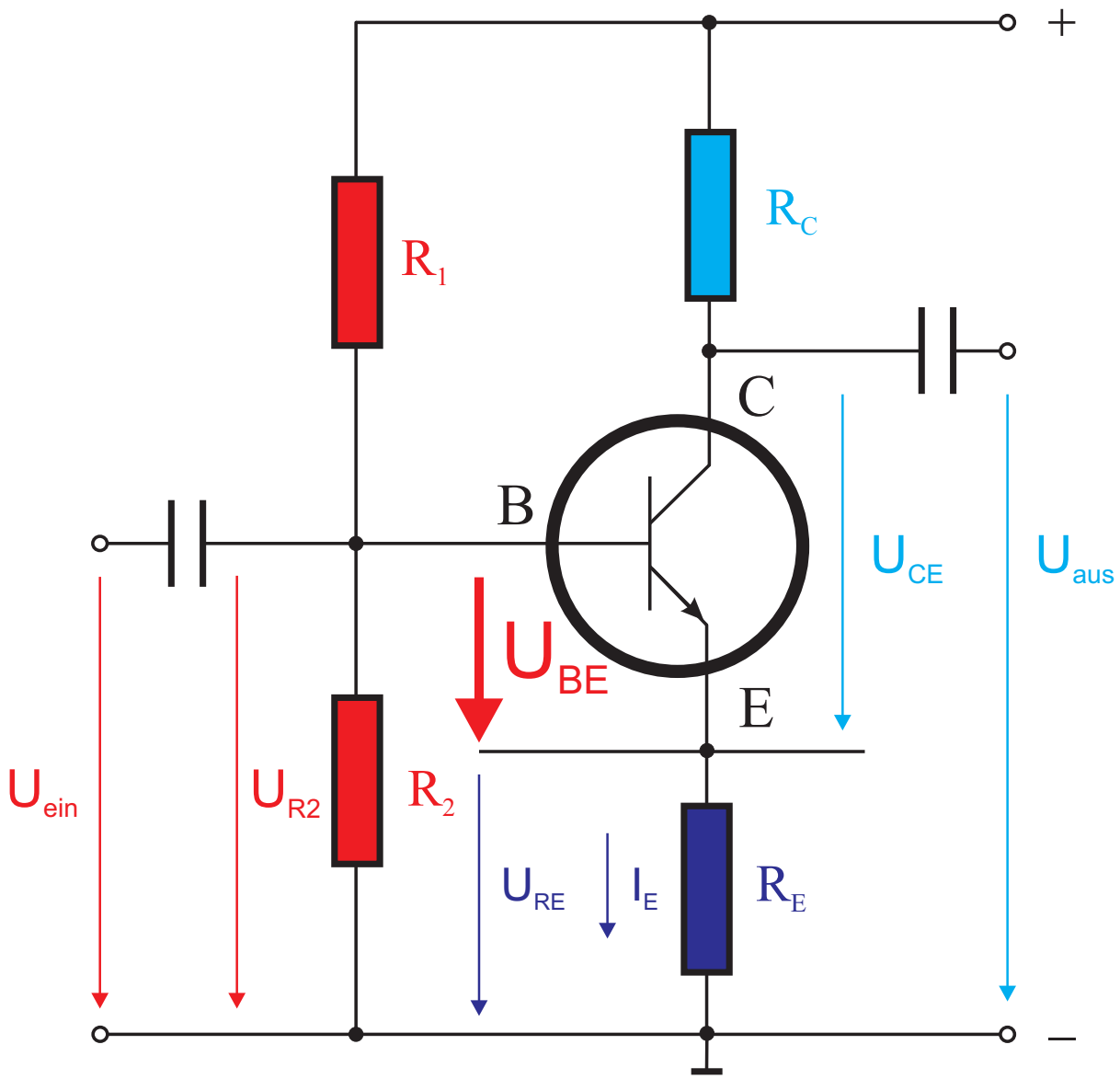
Temperaturdrift des Arbeitspunktes

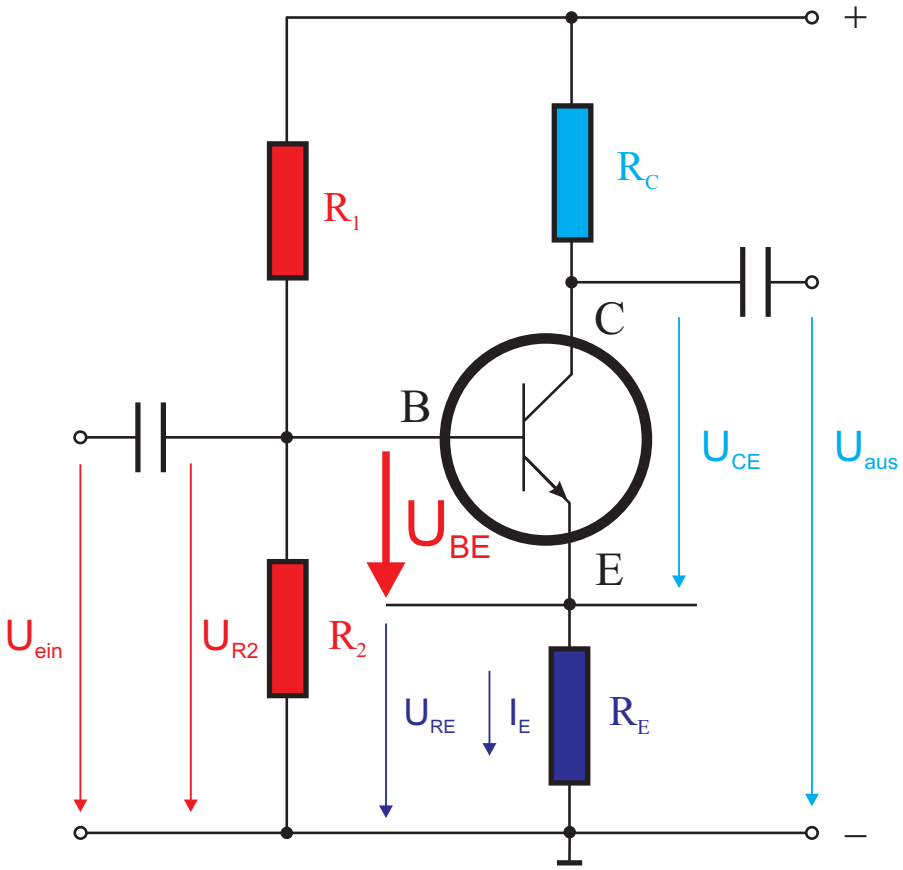
Die Lage der **Eingangskennlinie** ist temperaturabhängig. Erwärmung des Transistors führt, trotz konstanter und zunächst optimal gewählter Basisvorspannung U_{B0}, zur (unerwünschten!) Verschiebung des Arbeitspunktes. Durch **Gegenkopplung** kann das vermieden werden.

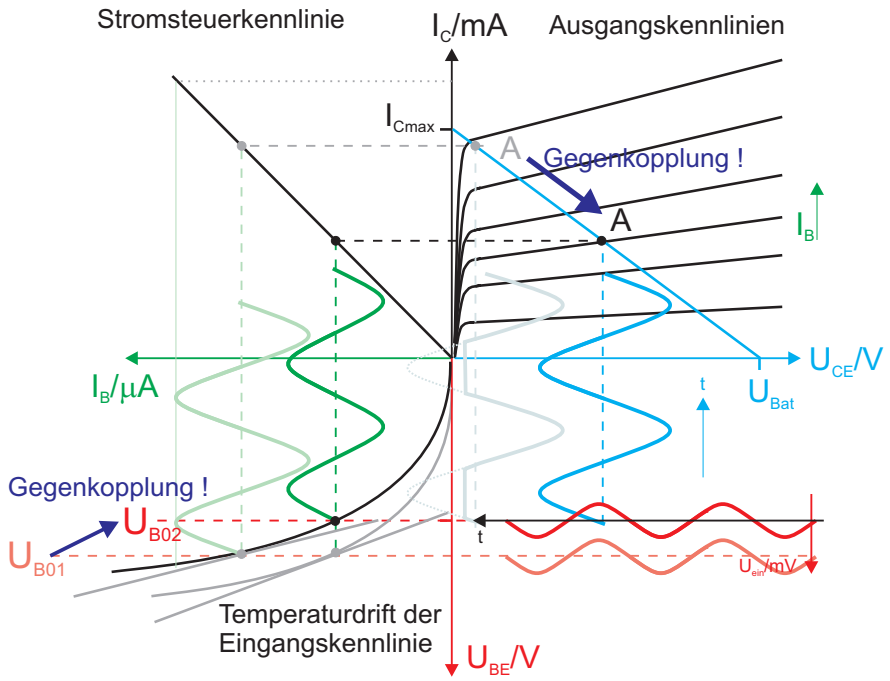


Stabilisierung durch Gegenkopplung

Stromgegenkopplung: Gegenkopplung ist proportional zum Ausgangsstrom $I_C (\approx I_E)$

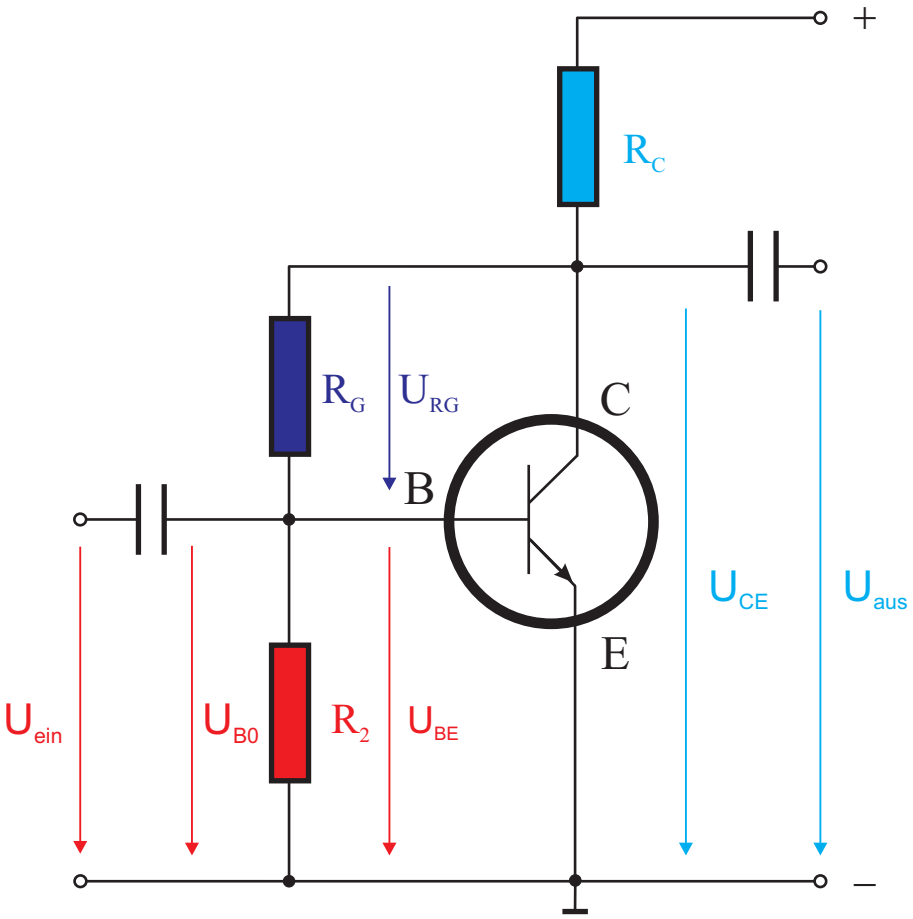



+
R1
RC
C
B
UCE
Uaus
UBE
E
Uein
UR2
R2
URE
IE
RE
–


Stromsteuerkennlinie
IC/mA
Ausgangskennlinien
ICmax
A
Gegenkopplung !
A
IB
UCE/V
IB/µA
UBat
t
Gegenkopplung !
UB02
UB01
t
Uein/mV
Temperaturdrift der
Eingangskennlinie
UBE/V

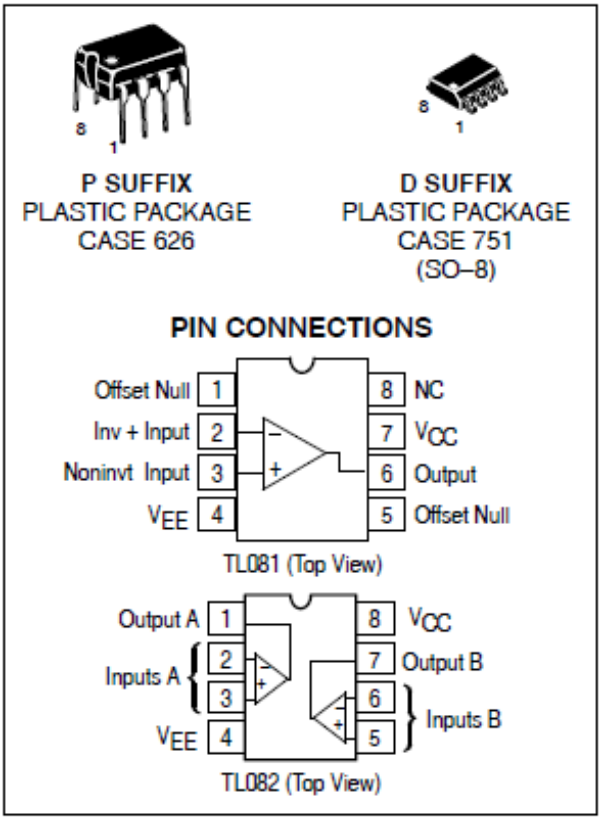
Spannungsgegenkopplung:

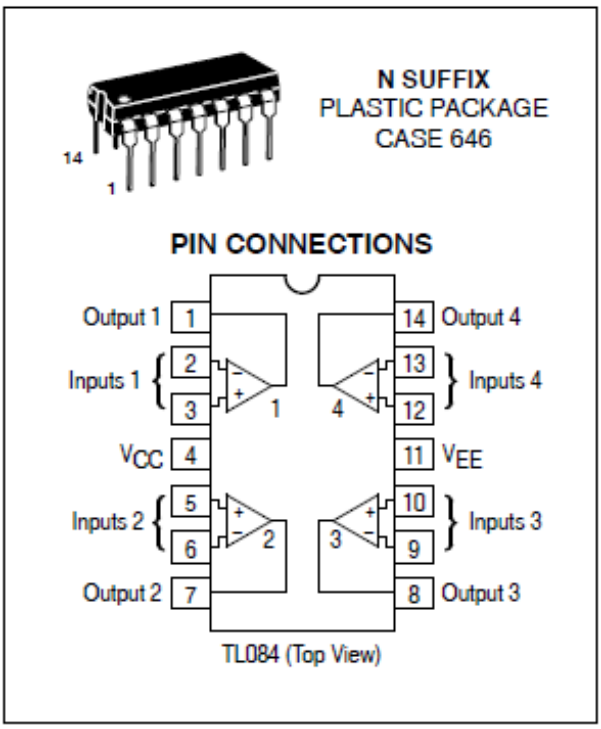
Gegenkopplung ist proportional zur Ausgangsspannung U_{CE}: I_C steigt (wg. Temperaturdrift) $\Rightarrow$ U_{CE} fällt, $\Rightarrow$ U_{BE} fällt, da Spannungsteiler R_G, R_2 nicht mehr direkt mit Versorgungsspannung U_{Bat} verbunden, sondern mit U_{CE}, $\Rightarrow$ Arbeitspunkt stellt sich wieder optimal ein.



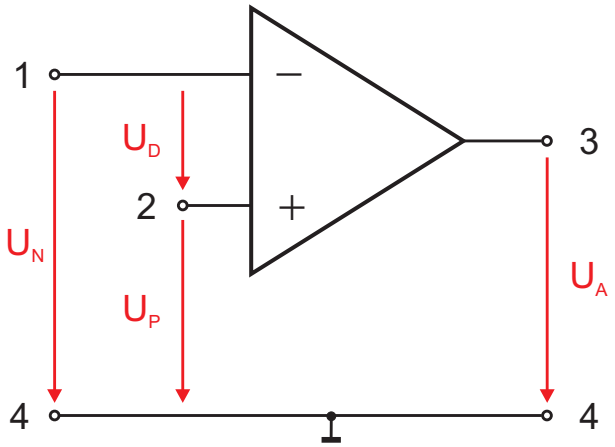
Operationsverstärker (OPV)

- Wir betrachten hier den normalen Operationsverstärker (VV-OPV). Das erste V steht für die Spannungssteuerung am (invertierenden) Eingang, das zweite für die Spannungsquelle am Ausgang.
- Vielseitig einsetzbares Bauelement: z.B. als Verstärker, Komparator, Rechenwerk (addieren, subtrahieren, differenzieren, integrieren), Multivibrator
- Benötigt (symmetrische) Versorgungsspannung, i. d. R. (s. Datenblatt) $+15\ V$ und $-15\ V$.
- Kompakte Bauform als integrierter Schaltkreis (IC), auch mehrere OPV auf einem IC





© Motorola, Inc. 1997 Rev 1



Dabei bedeuten:
1: invertierender Eingang
2: nicht invertierender Eingang
3: Ausgang
4: für Ein- und Ausgang gemeinsames Bezugspotential (Masse)

Weitere Anschlüsse, wie z. B. die Versorgungsspannung (V_{CC}, V_{EE}), werden i. d .R. der Übersicht wegen in das Schaltsymbol nicht mit eingezeichnet.
Ggf. werden Anschlüsse für den Offsetabgleich eingezeichnet.

Eigenschaften eines <u>idealen</u> Operationsverstärkers:

- Sehr große Verstärkung (genauer: Differenzverstärkung) $V \to \infty$
- Sehr großen Eingangswiderstand $R_E \to \infty$,

dadurch wird die Signalquelle nicht belastet

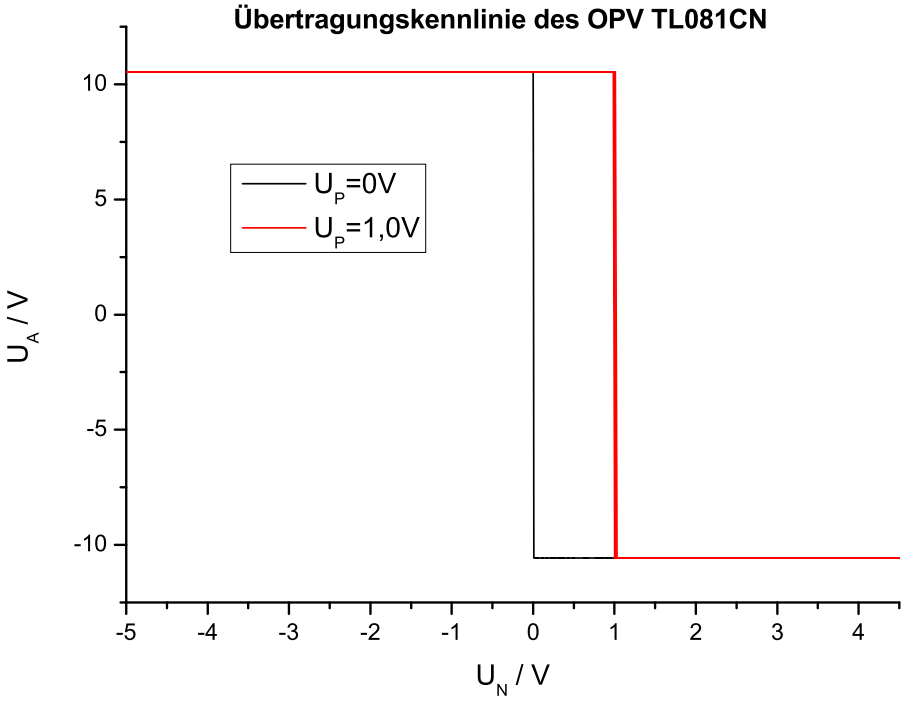
- Kleinen Ausgangswiderstand, dadurch wird die Ausgangsspannung U_A vom Ausgangsstrom d. h. von der Belastung des OPV unabhängig
- Sehr hohe Grenzfrequenz $f_g \to \infty$
- Kein Offset

Für einen unbeschalteten OPV gilt für die Ausgangspannung:

$$U_A = -V\,(U_N - U_P) = -V\,U_D$$

V: Differenzverstärkung oder **Leerlaufverstärkung (*Open Loop Gain*)**, da der OPV hier nicht rückgekoppelt ist.
U_D ist die **Potentialdifferenz (Differenzspannung)** zwischen dem invertierenden und nicht invertierenden Eingang des OPV.
Der maximale Wert, um den die Ausgangsspannung U_A sich ändern kann, wird als **Ausgangsaussteuerbarkeit (*Output Voltage Swing*)** bezeichnet. Sie liegt innerhalb der Grenzen der Versorgungsspannung und beträgt (im Gleichstrombetrieb bzw. bei niedrigen Frequenzen) etwa 90% der Versorgungs-

spannung.
Die Angabe ***Output Rail-to-Rail*** im Datenblatt des OPV bedeutet, daß die Ausgangsspannung U_A die **Versorgungsspannung erreichen kann**.
Auf Grund der sehr großen Differenzverstärkung eines realen OPV ($V = 10^4 \ldots 10^6$) führt eine sehr kleine Differenzspannung U_D schon in die Sättigung des OPV, der dann die maximale Ausgangsspannung ausgibt.
Die Abbildung zeigt die Übertragungskennlinie (Ausgangsspannung U_A über U_N bei $U_P = const.$) des OPV, Typ TL 081:



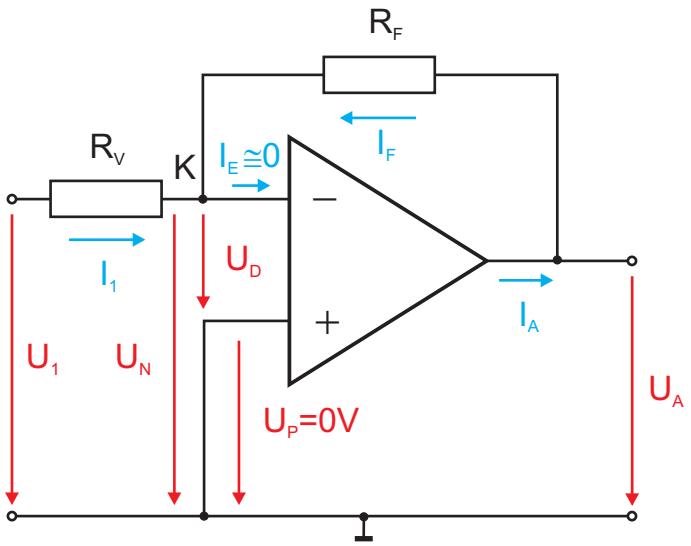
Wenn $U_P = 0V$, dann springt die Ausgangsspannung U_A von $+U_{max}$ auf $-U_{max}$ um, sobald die Spannung U_N am invertierenden Eingang 0V überschreitet. Die Steigung des Graphen an der Sprungstelle entspricht der Differenzverstärkung V (Leerlaufverstärkung, *Open Loop Gain*) des OPV, die sehr groß ist ($V = 10^4 \ldots 10^6$).

Falls $U_P \neq 0$, so ändert sich die Polarität der Ausgangsspannung U_A in dem Moment, in dem die Spannung U_N den Wert von U_P überschreitet.

In obiger Abb. ist die Übertragungskennlinie

für $U_P = 1,0V$ in rot dargestellt.
Der Operationsverstärker arbeitet hier als **Komparator**: Die am nicht invertierenden Eingang anliegende Spannung U_P ist dann die sog. Referenzspannung.

Invertierender Verstärker



Um den OPV als invertierenden Verstärker zu betreiben, wird die **Ausgangsspannung** U_A über einen Widerstand R_F auf den **invertierenden Eingang rückgekoppelt**, s. Abb.: Es fließen der Eingangsstrom I_1 über den Vorwiderstand R_V, der Rückkopplungsstrom I_F über den Rückkopplungswiderstand R_F, sowie der (vernachlässigbare) Eingangsstrom I_E in den OPV.
Im Knotenpunkt K gilt nach dem Kirchhoffschen Knotensatz (Vorzeichen bzw. Orientierung der Strompfeile beachten, vergl. S.3):

$$I_1 + I_F - I_E = 0 \tag{1}$$

Mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes folgt:

$$I_1 R_V = (U_1 - U_D) \;\Rightarrow\; I_1 = \frac{U_1 - U_D}{R_V} \quad (2)$$

$$I_F R_F = (U_A - U_D) \;\Rightarrow\; I_F = \frac{U_A - U_D}{R_F} \quad (3)$$

$$I_E R_E = U_D \;\Rightarrow\; I_E = \frac{U_D}{R_E} \quad (4)$$

Weiter gilt:

$$U_A = -V\,U_D \;\Rightarrow\; U_D = -U_A/V \quad (5)$$

Gl.(2)-(4) u. (5) in (1) eingesetzt liefert:

$$\frac{U_1 + \frac{U_A}{V}}{R_V} + \frac{U_A + \frac{U_A}{V}}{R_F} + \frac{U_A}{V R_E} = 0$$

Da $V \to \infty$ sowie $R_E \to \infty$ können alle Glieder mit V bzw. R_E im Nenner vernachlässigt werden, so daß gilt:

$$\frac{U_1}{R_V} + \frac{U_A}{R_F} = 0$$

$$U_A = -\frac{R_F}{R_V} U_1$$

Die Verstärkung des invertierenden Verstärkers beträgt $U_A/U_1 = -R_F/R_V$ und man bezeichnet sie, im Unterschied zum nicht rückgekoppelten OPV (vergl. S. 73), als ***Closed Loop***

Gain (Verstärkung der gegengekoppelten Schaltung).

Die **Rückkopplung** auf den invertierenden Eingang des OPV führt dazu, daß die **Differenzspannung U_D auf Null geregelt wird** (bis auf einige μV):

$$U_D = -\frac{U_A}{V} = -\frac{R_F}{R_V}\frac{U_1}{V} \cong 0, \text{ da } V >> 1$$

$$U_D = U_P - U_N = 0 \Rightarrow U_N = U_P$$

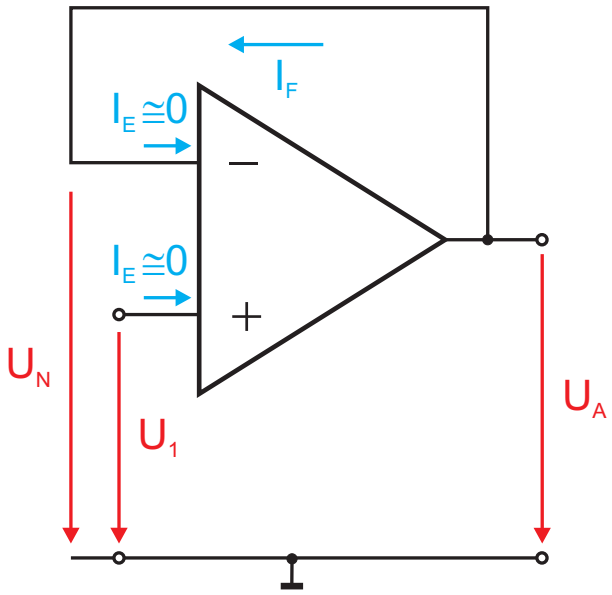
Da der nicht invertierende Eingang ebenfalls auf Nullpotential liegt ($U_P = 0V$) ist $U_N = 0V$. Damit liegt der Punkt K unabhängig von der Eingangs- und Ausgangsspannung auf Nullpotential (bezogen auf Masse). Die Abweichung ist sehr klein (Größenordnung einige μV) und man bezeichnet den Punkt K auch als „virtuelle Erde“.

Eingangs- und Ausgangsspannung sind voneinander getrennt:

- Die am Eingang anliegende Spannungsquelle U_1 wird nur mit dem Vorwiderstand R_V bzw. dem Eingangsstrom I_1 belastet

- Die Ausgangsspannung U_A ist in weiten Grenzen von der Belastung des Ausgangs unabhängig. Der dann fließende Ausgangsstrom belastet nicht die am Eingang anliegende Spannungsquelle U_1, sondern ist von der Stromversorgung (V_{CC}) des OPV aufzubringen.

Spannungsfolger/Impedanzwandler



Der Ausgang wird direkt (d.h. $R_F = 0$) auf den invertierenden Eingang des OPV rückgekoppelt, die (zu messende) Eingangsspannung U_1 wird direkt an den nicht invertierenden Eingang gelegt (s. Abb.): $U_1 = U_P$. Es gilt:

$$\begin{aligned} U_A &= -V(U_N - U_P) \\ U_A &= V(U_P - U_N) \end{aligned}$$

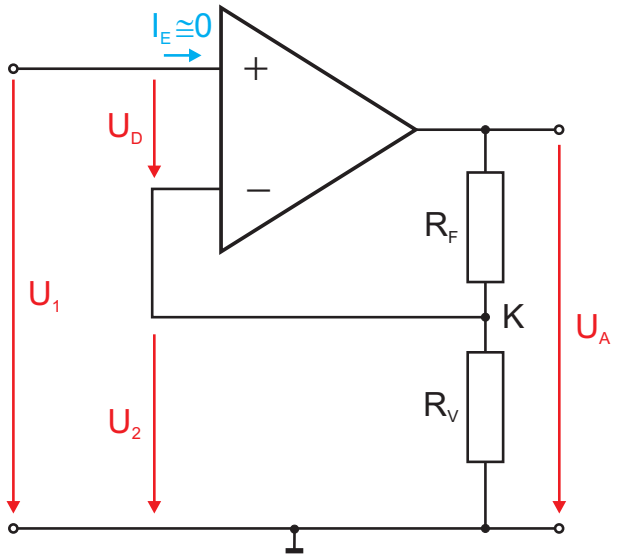
Es ist $U_P = U_1$ und wegen der direkten Gegenkopplung mit $R_F = 0$ gilt: $U_N = U_A$.
Somit folgt:

$$\begin{aligned} U_A &= V(U_1 - U_A) \\ \Rightarrow U_1 &= \frac{U_A}{V} + U_A \end{aligned}$$

mit $V \to \infty$ folgt: $U_1 = U_A$

Es findet zwar keine Verstärkung statt, aber die Signalquelle U_1 wird auf Grund des sehr hohen Eingangswiderstandes R_E des OPV kaum belastet (Eingangsstromstärke $I_E \cong 0$). Der nun belastbare Ausgang des Spannungsfolgers kann auf den Eingang eines invertierenden Verstärkers geführt werden (vergl. S.77), dessen **Verstärkung bei Gegenkopplung (*Closed Loop Gain*) vom Widerstandsverhältnis** R_F/R_V abhängt.

Nichtinvertierender Verstärker



$$U_1 - U_2 = U_D$$

$$U_A = VU_D = V(U_1 - U_2)$$

Spannungsteiler gebildet von R_F, R_V liefert:

$$U_2 = \frac{R_V}{R_F + R_V} U_A$$

Damit folgt für die Ausgangsspannung U_A:

$$U_A = V(U_1 - \frac{R_V}{R_F + R_V})U_A$$

$$(\frac{1}{V} + \frac{R_V}{R_F + R_V})U_A = U_1$$

Da $\frac{1}{V} \to 0$ für $V \to \infty$ folgt:

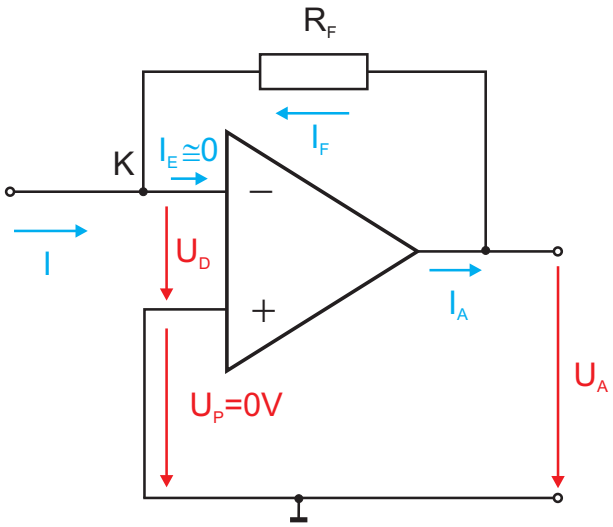
$$U_A = \frac{R_F + R_V}{R_V} U_1$$

$$U_A = (1 + \frac{R_F}{R_V})U_1$$

Die **Verstärkung bei Gegenkopplung (*Closed Loop Gain*)** ist damit:

$$U_A/U_1 = 1 + R_F/R_V$$

Strom-Spannungswandler



Kirchoff im Knoten K: $I = -I_F$

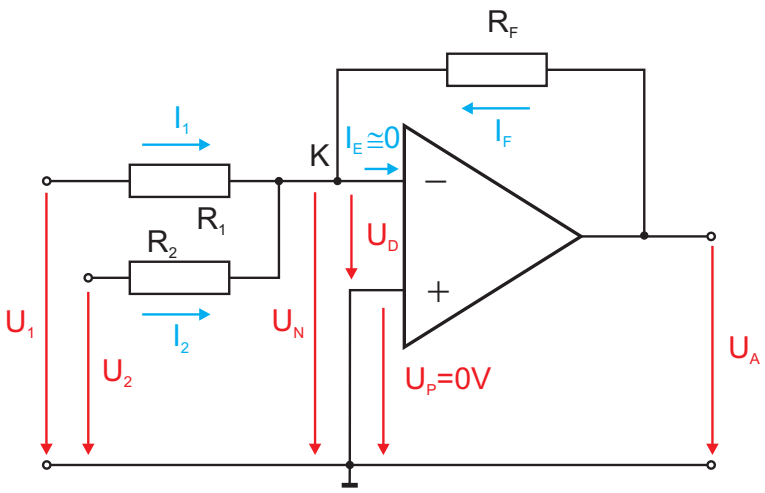
Ohmsches Gesetz liefert (da $U_P = 0V$, liegt der Knoten K auf Null bezogen auf Masse, vergl. S.79):

$$U_A = R_F I_F$$

Mit Kirchhoff folgt:

$$U_A = -R_F I$$

Summierverstärker



Im Punkt K gilt nach Kirchhoff ($I_E \cong 0$):

$$I_1 + I_2 + I_F = 0 \tag{6}$$

Berechnung der Ströme mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes ($U_N = 0V$, da $U_P = 0V$, vergl. S. 79):

$$I_1 R_V = (U_1) \;\Rightarrow\; I_1 = \frac{U_1}{R_1} \tag{7}$$

$$I_2 R_2 = (U_2) \;\Rightarrow\; I_2 = \frac{U_2}{R_2} \tag{8}$$

$$I_F R_F = U_A \;\Rightarrow\; I_F = \frac{U_A}{R_F} \tag{9}$$

Gl.(7)-(9) in (6) eingesetzt liefert:

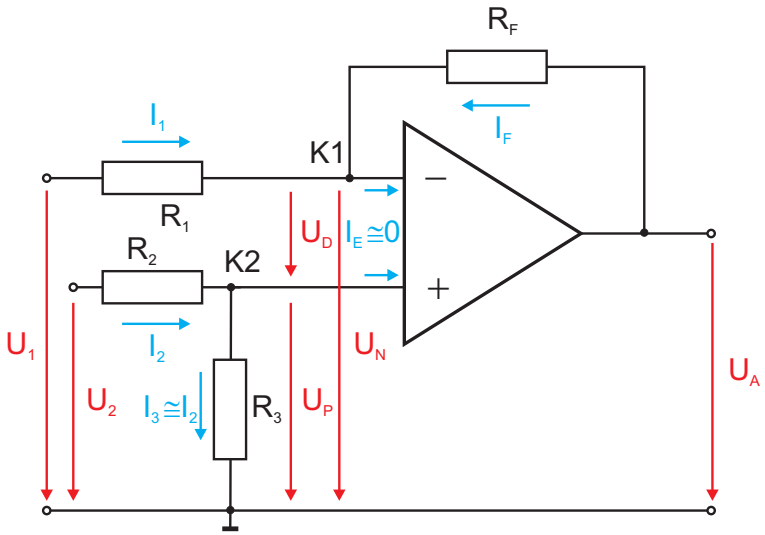
$$\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_A}{R_F} = 0$$

$$U_A = -(\frac{R_F}{R_1}U_1 + \frac{R_F}{R_2}U_2)$$

Wenn $R_1 = R_2 = R_F$, so ist:

$$U_A = -(U_1 + U_2)$$

Differenzverstärker



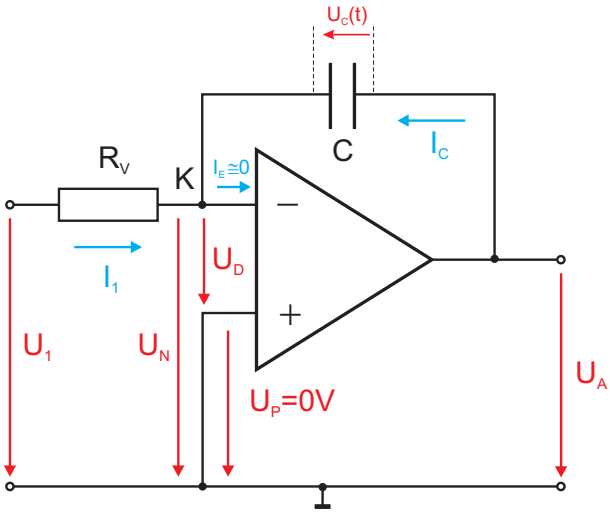
Hier liegt U_P nicht mehr auf Nullpotential, sondern wird durch den Spannungsabfall über R_3 bestimmt (Spannungsteiler R_2, R_3).
Damit liegt der Punkt K1 (d.h. U_N) auch nicht mehr auf Null (bezogen auf Masse), sondern auf dem Potential U_P, denn der **gegengekoppelte OPV regelt so, daß gilt (vergl. S. 79):**

$$U_D = (U_N - U_P) \cong 0$$

Falls $R_2 = R_1$ und $R_3 = R_F$, so führt dies auf:

$$U_A = \frac{R_F}{R_1}(U_2 - U_1)$$

Integrator



Kirchhoff im Knoten K: $I_1 + I_C = 0$, $(I_E \cong 0)$

$$U_1 = R_V I_1 \Rightarrow I_1 = U_1/R_V$$

$$I_C = \frac{\mathrm{d}Q_C}{\mathrm{d}t}$$

Da der nicht invertierende Eingang auf Nullpotential liegt ($U_P = 0V$), liegt der Knoten K ebenfalls auf Nullpotential (0V), somit $U_N = 0V$ (vergl. S.79) und damit gilt für die Spannung U_C am Kondensator: $U_C = U_A$.
Nun ist

$$Q_C = C\,U_A \Rightarrow \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}Q_C = C\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}U_A$$

Damit folgt:

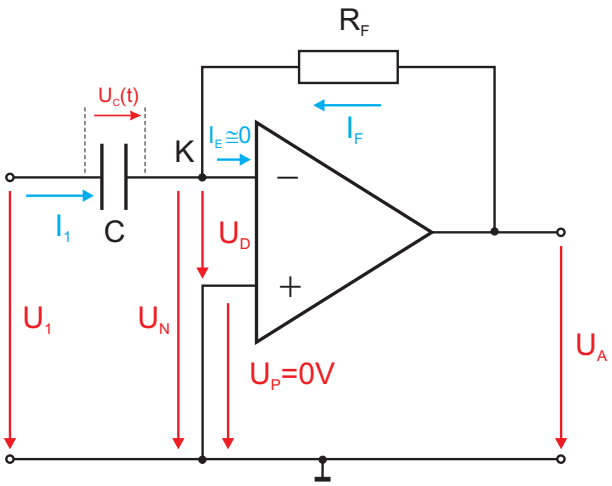
$$I_C = \frac{\mathrm{d}Q_C}{\mathrm{d}t} = C\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}U_A$$

Aus Kirchhoff folgt $I_C = -I_1$ und damit:

$$\frac{U_1}{R_V} = -C\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}U_A \Rightarrow \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}U_A = -\frac{1}{R_V C}\,U_1$$

$$U_A(t) = -\frac{1}{R_V C}\int_{t_0}^{t} U_1(t)\mathrm{d}t$$

Differenzierer



Im Knoten K gilt nach Kirchhoff ($I_E \cong 0$):
$I_1 + I_C = 0 \Rightarrow I_1 = -I_C$
Auch hier ist:
$U_P = 0V \Rightarrow U_N = 0V$, da der OPV die Differenzspannung U_D zu Null regelt (vergl. S.79), damit ist $U_C = U_1$ und es folgt:

$$I_C = C\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}U_1$$

$$I_F = U_A/R_F$$

$$-\frac{U_A}{R_F} = C\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}U_1$$

$$U_A(t) = -R_F\,C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}U_1(t)$$

Digital-Analog-Umsetzer

Digitalwert Z (als Dualzahl) ist umzuwandeln in eine Spannung U_a

$$U_a = Z \cdot U_{LSB}$$

(LSB: Least Significant Bit)
Grundprinzipien der DA Umsetzung:

- **Parallelverfahren**
  Ausgangsspannung U_a wird durch Spanungsteiler aus der Referenzspannung U_{ref} zur Verfügung gestellt. Die Schalterstellungen S_i werden über einen 1 aus n Decoder aus der Dualzahl Z gewonnen (0: Schalter offen, 1: Schalter geschlossen)
  Anzahl der benötigten Schalter: Z_{max}
- **Wägeverfahren**
  Jedem Bit, d.h. jeder Stelle z_i der Dualzahl Z ($z_i \in \{0, 1\}, i \in \mathbb{N}$), ist ein Schalter zugeordnet. Ausgangsspannung Ua wird als Spannungsabfall über entsprechend dimensionierten („gewichteten“) Widerständen zur Verfügung gestellt.
  Anzahl der benötigten Schalter: $log_2(Z_{max})$
- **Zählverfahren**
  Anzahl der benötigten Schalter: 1

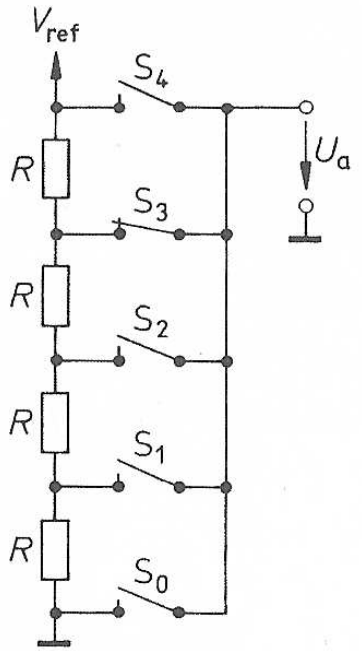


Abb. 18.1. a) Parallelverfahren

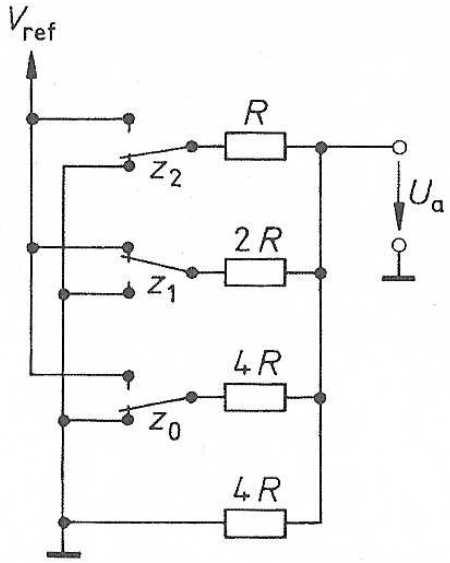


Abb. 18.1. b) Wägeverfahren

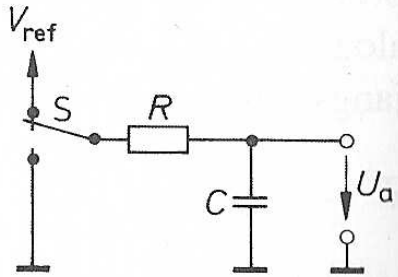
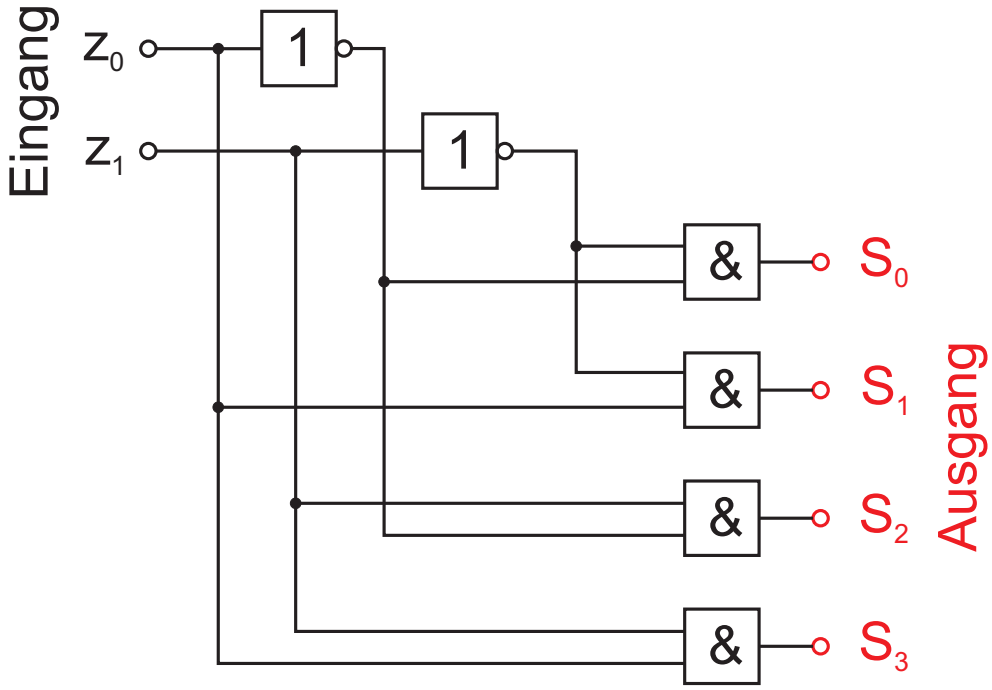


Abb. 18.1. c) Zählverfahren

Quelle [2]: U. Tietze, Ch. Schenk: Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer-Verlag

1 aus n Decoder (2-Bit):



Elektronik

Wahrheitstabelle des 1 aus n Decoders für eine 2-Bit Dualzahl:

Eingang		Ausgang			
z_1	z_0	S_3	S_2	S_1	S_0
0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0

z_i: (i+1)- te Stelle der der Dualzahl Z
S_i: (i+1)- ter Schalter
0: Schalter offen,
1: Schalter geschlossen

Wägeverfahren
Summation gewichteter Ströme

Anzahl der Schalter und damit der Widerstände entspricht Stellenzahl der Dualzahl (d.h. $ld(Z_{max})$). Die Widerstände sind so dimensioniert (gewichtet), daß bei geschlossenem Schalter genau der Strom fließt, der dem betreffenden Stellenwert der Dualzahl entspricht.
Logisch 1 (High) = Schalter geschlossen,
Logisch 0 (Low) = Schalter offen

Teilstöme durch die Widerstände addieren sich zum Gesamtstrom I_k, der über einen OPV in eine dazu proportionale Spannung U_a umgesetzt wird (vergl. Strom-Spannungs-Wandler S. 84).

Kleinster Wert für 4-Bit:

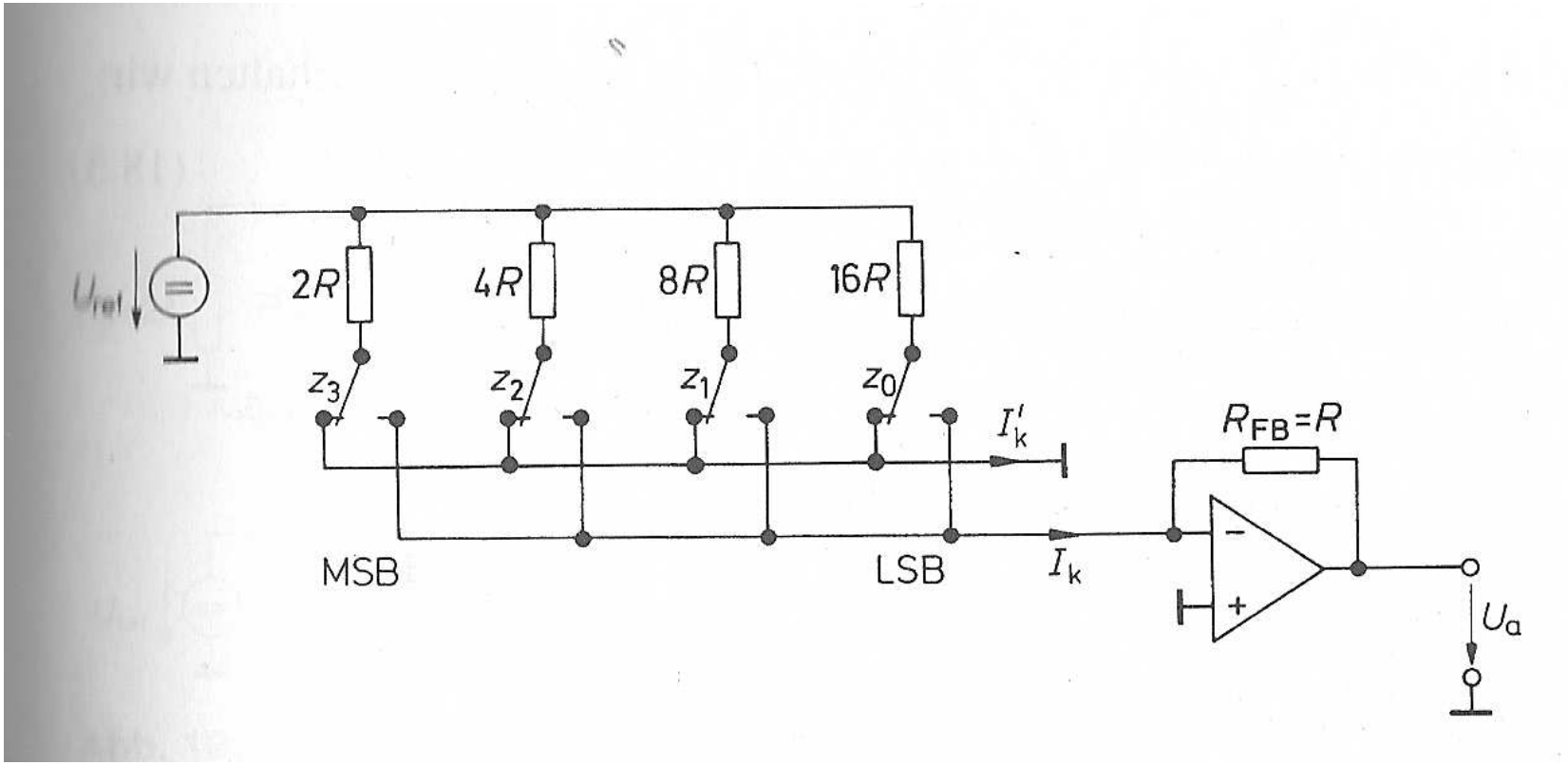
$$U_a = U_{LSB} = -U_{ref}\frac{R_{FB}}{16R} = -\frac{1}{16}U_{ref}$$

Allgemein (für 4-Bit):

$$U_a = -U_{ref}(\frac{1}{2}z_3 + \frac{1}{4}z_2 + \frac{1}{8}z_1 + \frac{1}{16}z_0)$$

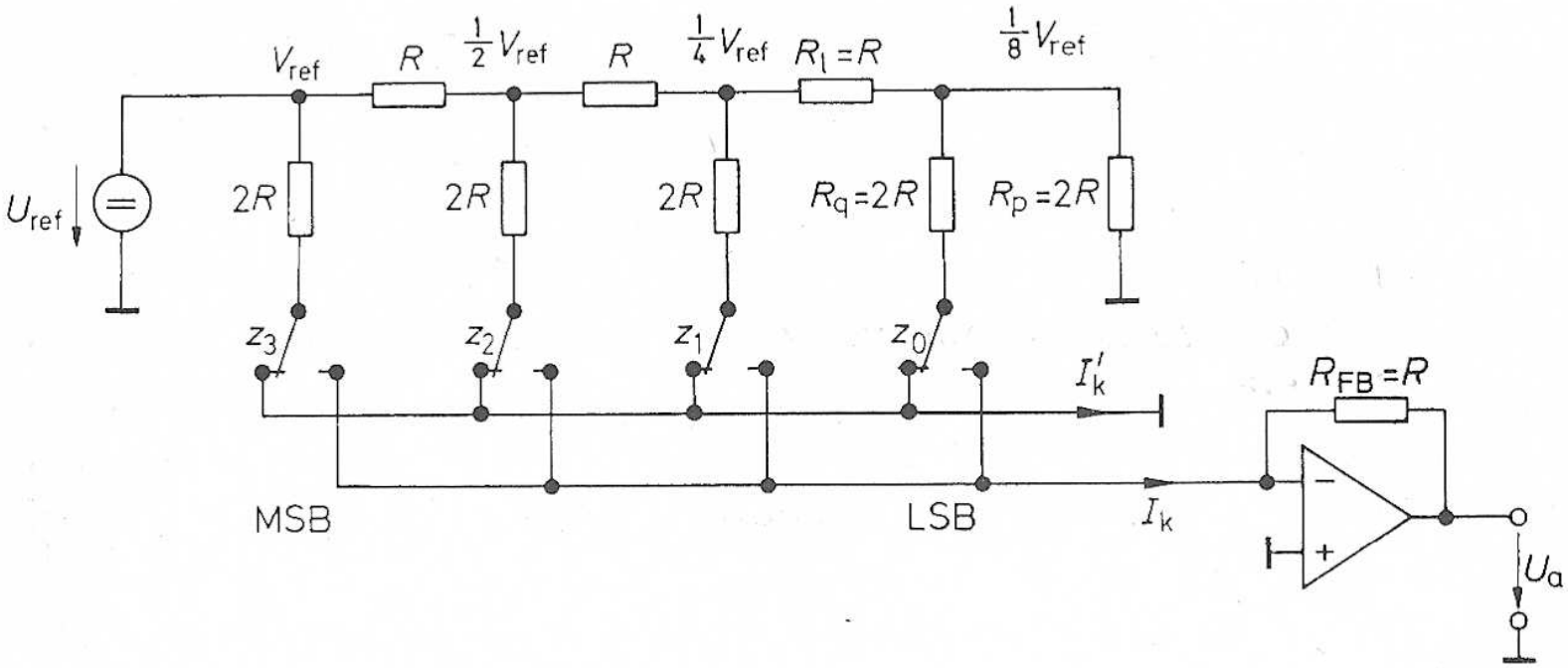
$$U_a = -\frac{1}{16}U_{ref}(8z_3 + 4z_2 + 2z_1 + 1z_0)$$

$$U_a = -U_{ref}\frac{Z}{Z_{max} + 1}$$



Quelle [2]: U. Tietze, Ch. Schenk: Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer-Verlag

DA-Umsetzer mit Leiternetzwerk



Quelle [2]: U. Tietze, Ch. Schenk: Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer-Verlag

Verarbeitung vorzeichenbehafteter Zahlen

Dezimal	Zweierkomplement								Offset-Dual								Analog	
	v_z	z_6	z_5	z_4	z_3	z_2	z_1	z_0	z_7	z_6	z_5	z_4	z_3	z_2	z_1	z_0	U_1/U_{LSB}	U_a/U_{LSB}
127	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	−255	127
126	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	−254	126
1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	−129	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	−128	0
−1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	−127	−1
−127	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	−1	−127
−128	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	−128

Abb. 18.12. Verarbeitung negativer Zahlen in DA-Umsetzern. $U_{LSB} = U_{ref}/256$

Quelle [2]: U. Tietze, Ch. Schenk: Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer-Verlag

Verarbeitung vorzeichenbehafteter Zahlen

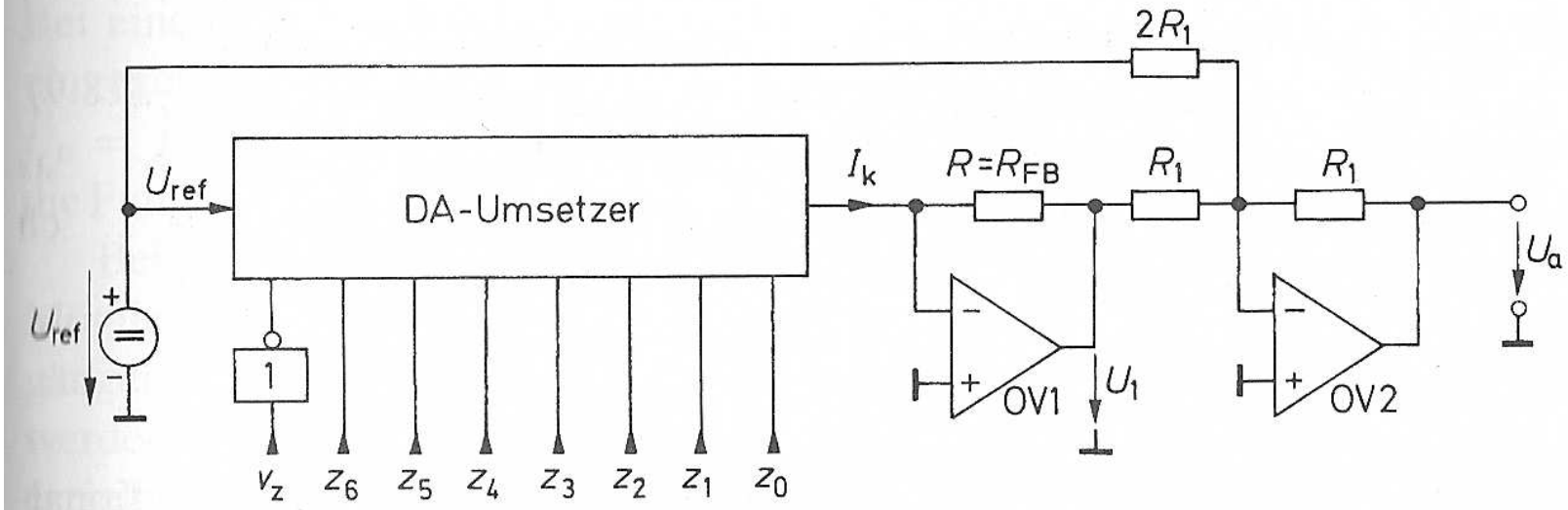


Abb. 18.13. DA-Umsetzer mit bipolarem Ausgang

$$U_a = U_{\text{ref}} \frac{Z}{256} \quad \text{für} \quad -128 \leq Z \leq 127$$

Quelle [2]: U. Tietze, Ch. Schenk: Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer-Verlag

Analog-Digital-Umsetzer

Analogwert U_a ist in einen Digitalwert Z (als Dualzahl) umzuwandeln, so daß gilt:

$$U_a = Z \cdot U_{LSB}$$

Grundprinzipien der AD Umsetzung:

- **Parallelverfahren**
  Referenzspannung U_{ref} wird über Spanungsteiler in Teilspannungen aufgeteilt und über Komparatoren (→ OPV, s. S. 76) mit der Eingangsspannung U_e in einem Schritt verglichen.
  Anzahl der benötigten Komparatoren: Z_{max}
- **Wägeverfahren**
  Beginnend mit der höchsten Stelle (der Dualzahl) wird die Eingangsspannung U_e mit der Vergleichsspannung $U(Z)$ verglichen (s. Flußdiagramm).
- **Zählverfahren**
  Es wird abgezählt, wie oft die Spannung U_{LSB} aufaddiert werden muß, um die Eingangsspannung U_a zu erhalten.

Parallelverfahren

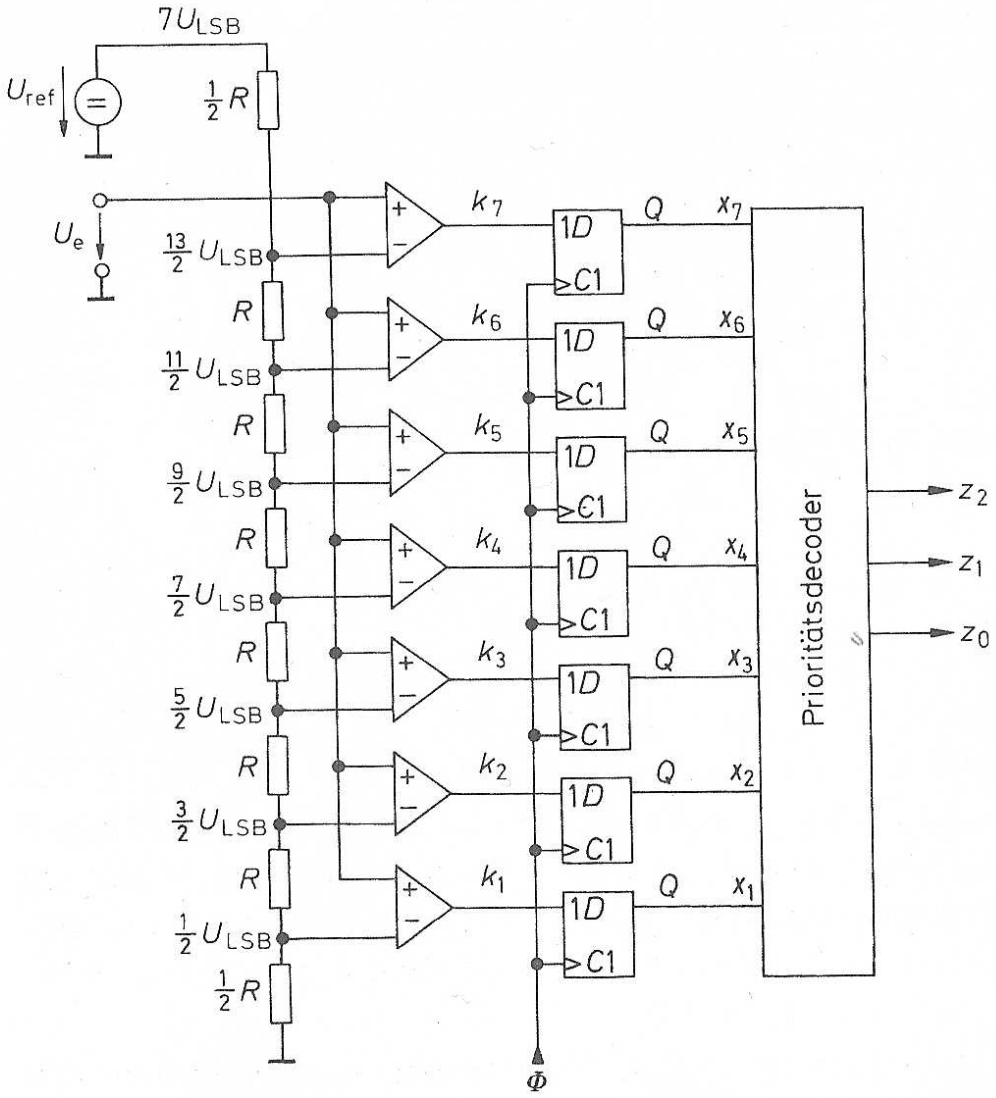


Abb. 18.30. AD-Umsetzer nach dem Parallelverfahren

$$Z = \frac{U_e}{U_{\mathrm{LSB}}} = 7\frac{U_e}{U_{\mathrm{ref}}} = Z_{\max}\frac{U_e}{U_{\mathrm{ref}}}$$

Quelle [2]: U. Tietze, Ch. Schenk: Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer-Verlag

Wahrheitstabelle für Prioritätsdecoder

Eingangs-spannung	Komparatorzustände							Dualzahl			Dezimal-äquivalent
U_e/U_{LSB}	k_7	k_6	k_5	k_4	k_3	k_2	k_1	z_2	z_1	z_0	Z
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
2	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	2
3	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	3
4	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	4
5	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	5
6	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	6
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	7

Abb. 18.31. Variablenzustände im parallelen AD-Umsetzer in Abhängigkeit von der Eingangsspannung

Quelle [2]: U. Tietze, Ch. Schenk: Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer-Verlag

Wägeverfahren

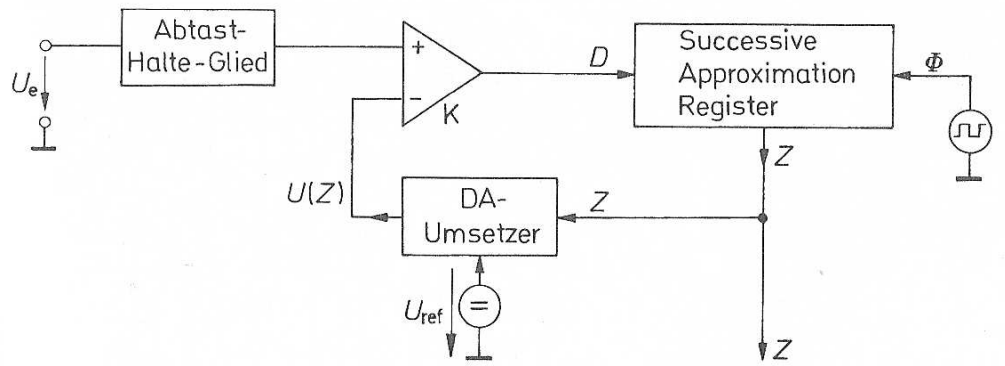


Abb. 18.37. AD-Umsetzer nach dem Wägeverfahren

$$Z = (Z_{max} + 1)\frac{U_e}{U_{ref}}$$

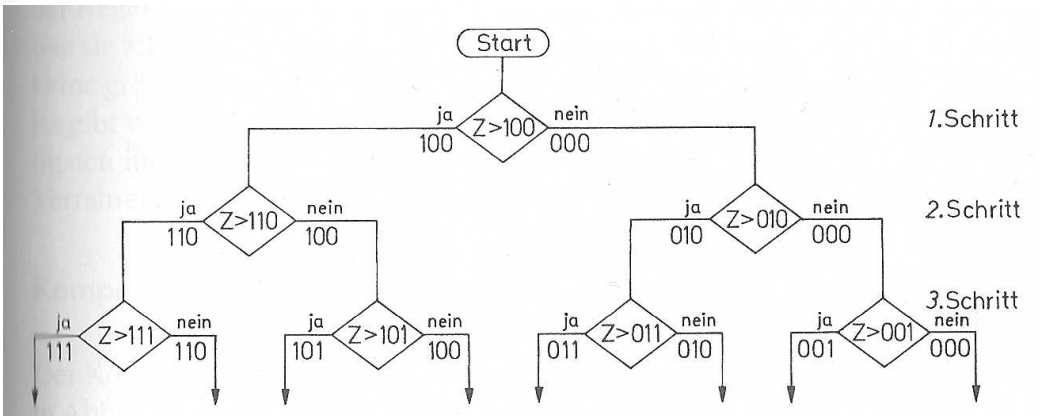


Abb. 18.38. Flussdiagramm für den Ablauf des Wägeverfahrens

Quelle [2]: U. Tietze, Ch. Schenk: Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer-Verlag

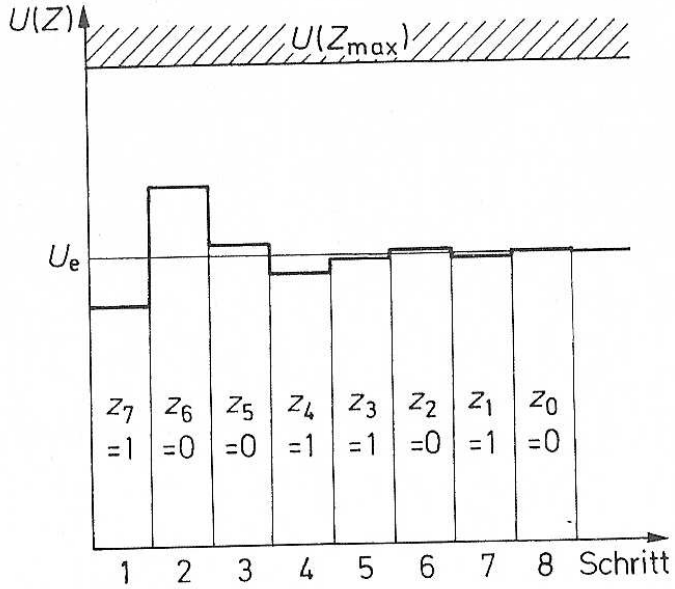


Abb. 18.39. Verlauf von $U(Z)$

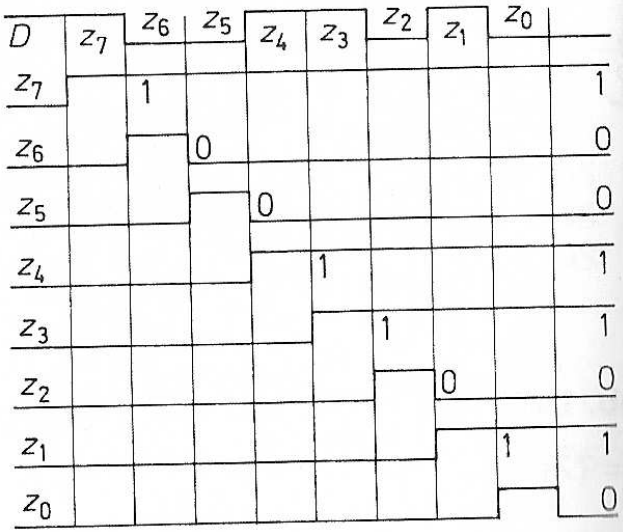


Abb. 18.40. Verlauf von Z

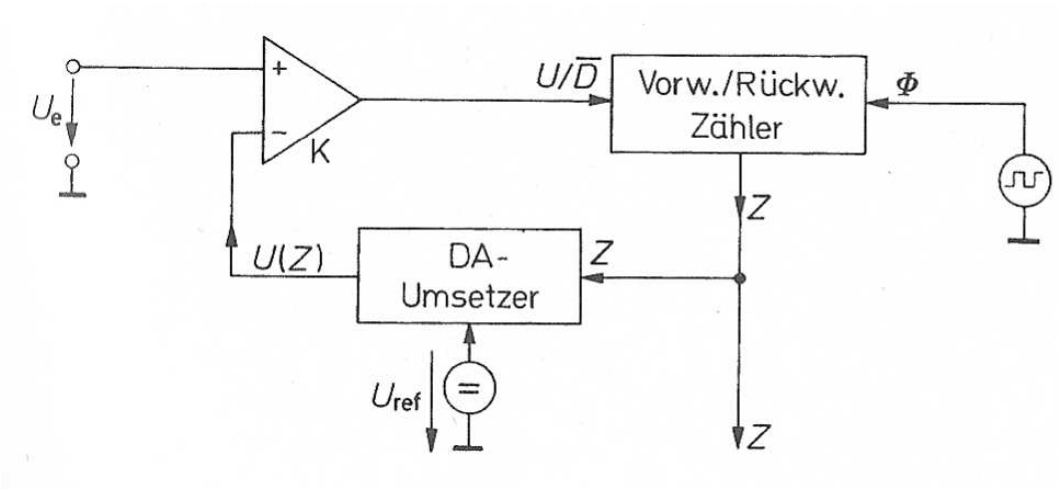
Abb. 18.39 und **18.40.** Zeitlicher Verlauf einer AD-Umsetzung nach dem Wägeverfahren

Quelle [2]: U. Tietze, Ch. Schenk: Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer-Verlag

Zählverfahren

Komparator (vergl. S. 76) vergleicht die Eingangsspannung U_e mit der Kompensationsspannung $U(Z)$. Ist die Differenz positiv, so zählt der Zähler vorwärts, ist sie negativ zählt er rückwärts.
Der Zähler Z bzw. die Kompensationsspannung $U(Z)$ läuft so weit, bis $U_e \pm U_{LSB}$ erreicht ist.

(Nachlaufverfahren)



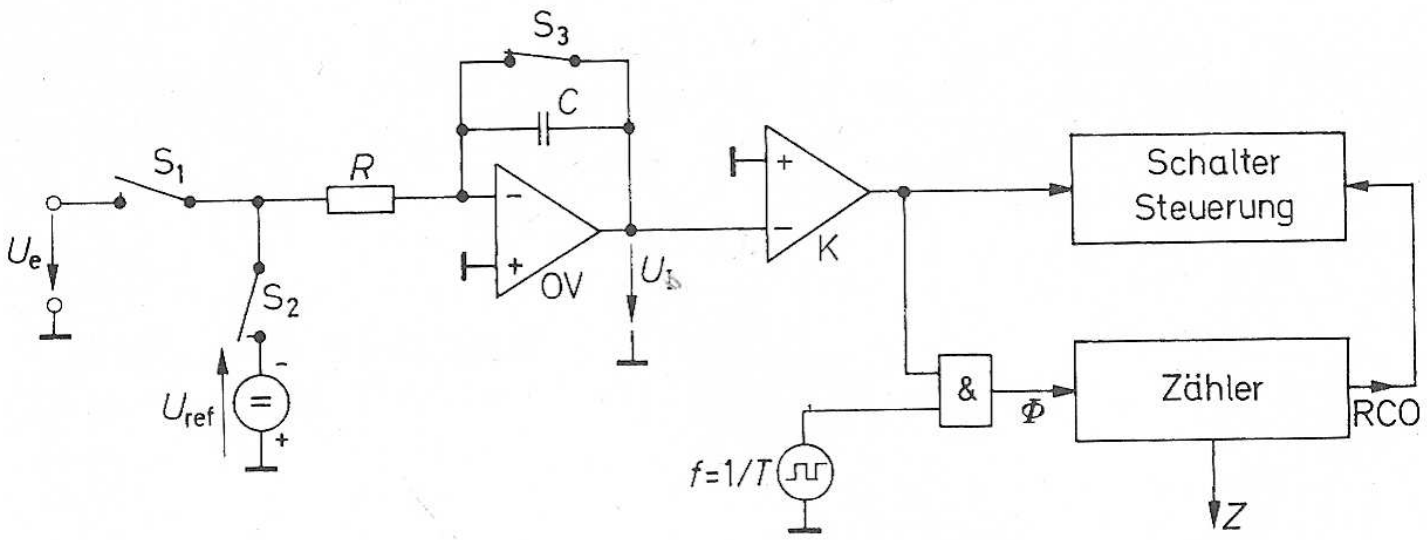
Quelle [2]: U. Tietze, Ch. Schenk: Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer-Verlag

Zwei-Rampen-Verfahren (Dual-Slope)

Referenz und Eingangsspannung werden integriert:

- Ruhezustand S_1 und S_2 offen, S_3 geschlossen, damit Intgrator auf Null (Start).
- Meßbegin: Zähler löschen, Schalter S_1 schließen und S_3 öffnen $\Rightarrow$ Eingangsspannung wird integriert (U_I). Wenn U_e positiv, dann Integrator negativ, Komparator gibt Taktgeber Frei.
- Wenn Zähler nach $Z_{max} + 1$ Takten dann Überlauft: Zeitdauer t_1, Inegrator-Spannung hat Endwert $U_I < 0$ erreicht, Ende der ersten Integrationsphase.
- Zähler auf Null, dann U_{ref} (neg.) integrieren, d.h. Schalter S_1 öffnen und S_2 schließen, Integrator-Spannung steigt von $U_I < 0$ bis auf $U_I = 0$ an, dann ist zweite Integrationsphase nach t_2 erreicht.
- Zählerstand ist gleich der Zahl der Taktpulse, die während der Zeit t_2 abgegeben wurden und damit proportional zur Eingangsspannung U_e.

Zwei-Rampen-Verfahren (Dual-Slope)



Quelle [2]: U. Tietze, Ch. Schenk: Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer-Verlag

Zwei-Rampen-Verfahren (Dual-Slope)

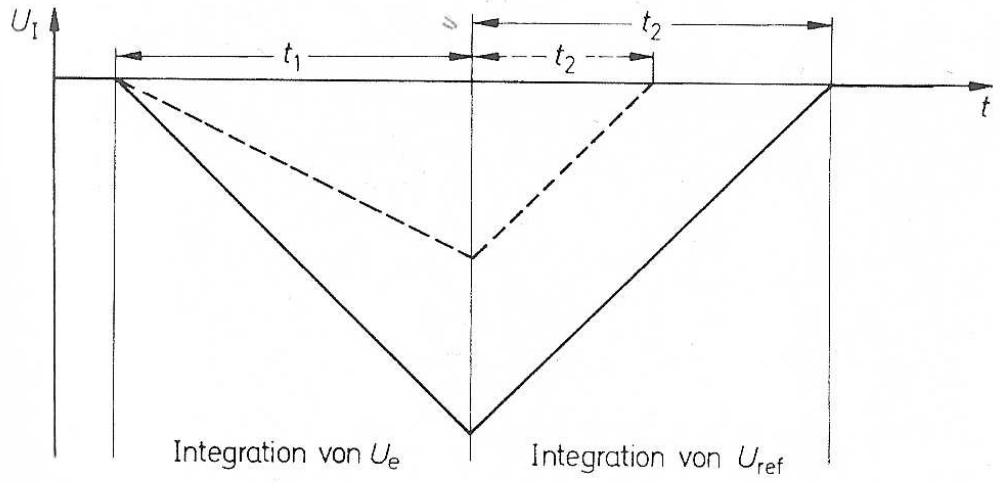


Abb. 18.47. Zeitlicher Verlauf der Integrator-Ausgangsspannung für verschiedene Eingangsspannungen

Quelle [2]: U. Tietze, Ch. Schenk: Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer-Verlag

$$U_I = -\frac{1}{RC}\int_0^{t_1} U_e \mathrm{d}t - \int_0^{t_2} U_{ref}\mathrm{d}t = 0$$

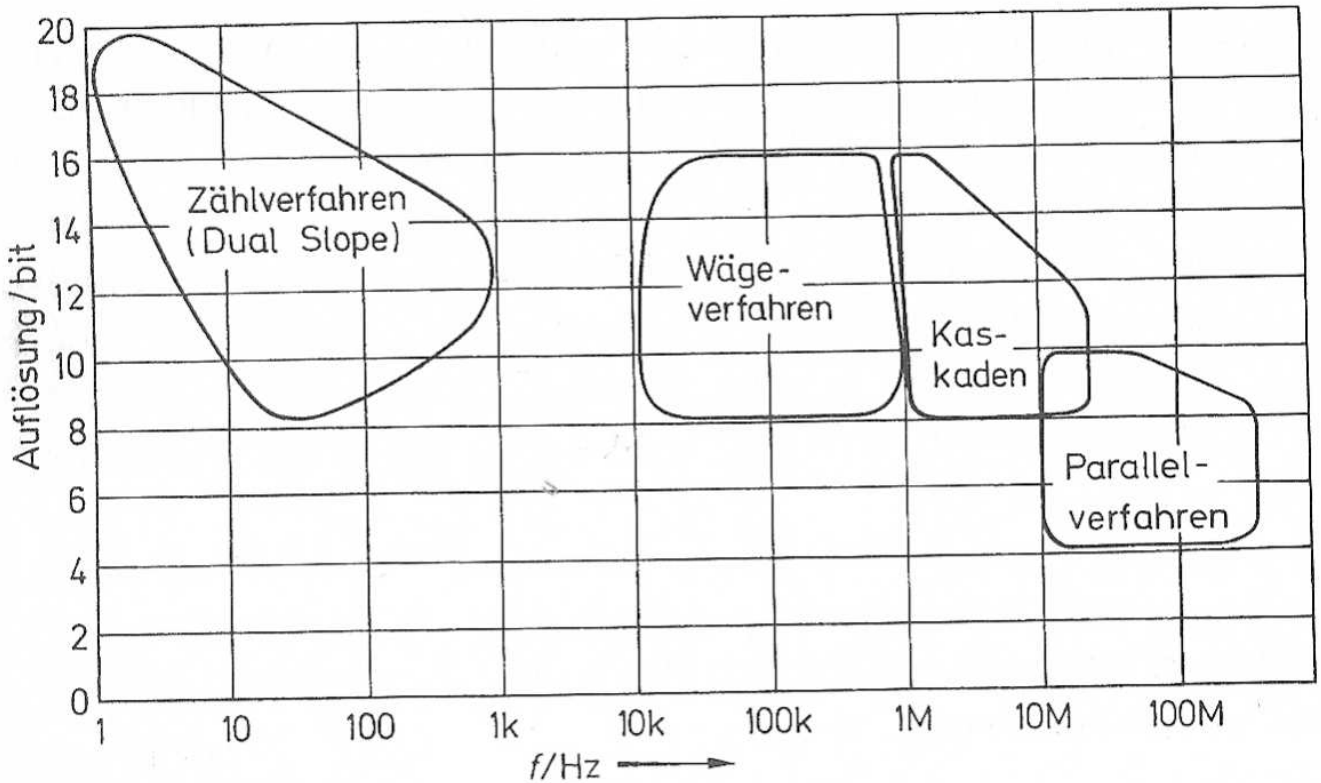
$$-\frac{1}{RC}U_e t_1 - \frac{1}{RC}U_{ref} t_2 = 0$$

$$t_1 = (Z_{max}+1)T, t_2 = ZT$$

$$-\frac{1}{RC}U_e(Z_{max}+1)T - \frac{1}{RC}U_{ref}ZT = 0$$

$$U_e(Z_{max}+1) + U_{ref}Z = 0$$

$$Z = -\frac{U_e}{U_{ref}}(Z_{max}+1)$$



Quelle [2]: U. Tietze, Ch. Schenk: Halbleiter-Schaltungstechnik, Springer-Verlag

Literatur

[1] Stefan Goßner:
„Grundlagen der Elektronik“
Shaker Verlag

[2] U. Tietze, Ch. Schenk:
„Halbleiter- Schaltungstechnik“
Springer- Verlag

[3] Fachkunde Informations- und Industrie-elektronik
Verlag Europa-Lehrmittel
Nourney, Vollmer GmbH & Co.

[4] W. Hilberg:
„Grundlagen elektronischer Schaltungen“
R. Oldenburg Verlag