

„Das werde ich nie verstehen.“

**Mathematisch denken und sprechen
Rechenschwächen vermeiden**

Vortrag am 14.06.2014

Dr. Jörg Kwapis
Zentrum zur Therapie der Rechenschwäche
Potsdam

Geraden unter sich – ein Gespräch auf mathematisch

Drei Geraden treffen sich im Punkt $P(3|1)$.

Sie führen eine kleine Unterhaltung:

„Meine Steigung ist 2“, erklärt Gerade f.

„Zu mir gehört auch der Punkt $Q(2|0)$ “, sagt Gerade g.

„Meine Gleichung, die ich leider vergessen habe, hat die Form $y = m \cdot x$ “, fügt Gerade h traurig hinzu.

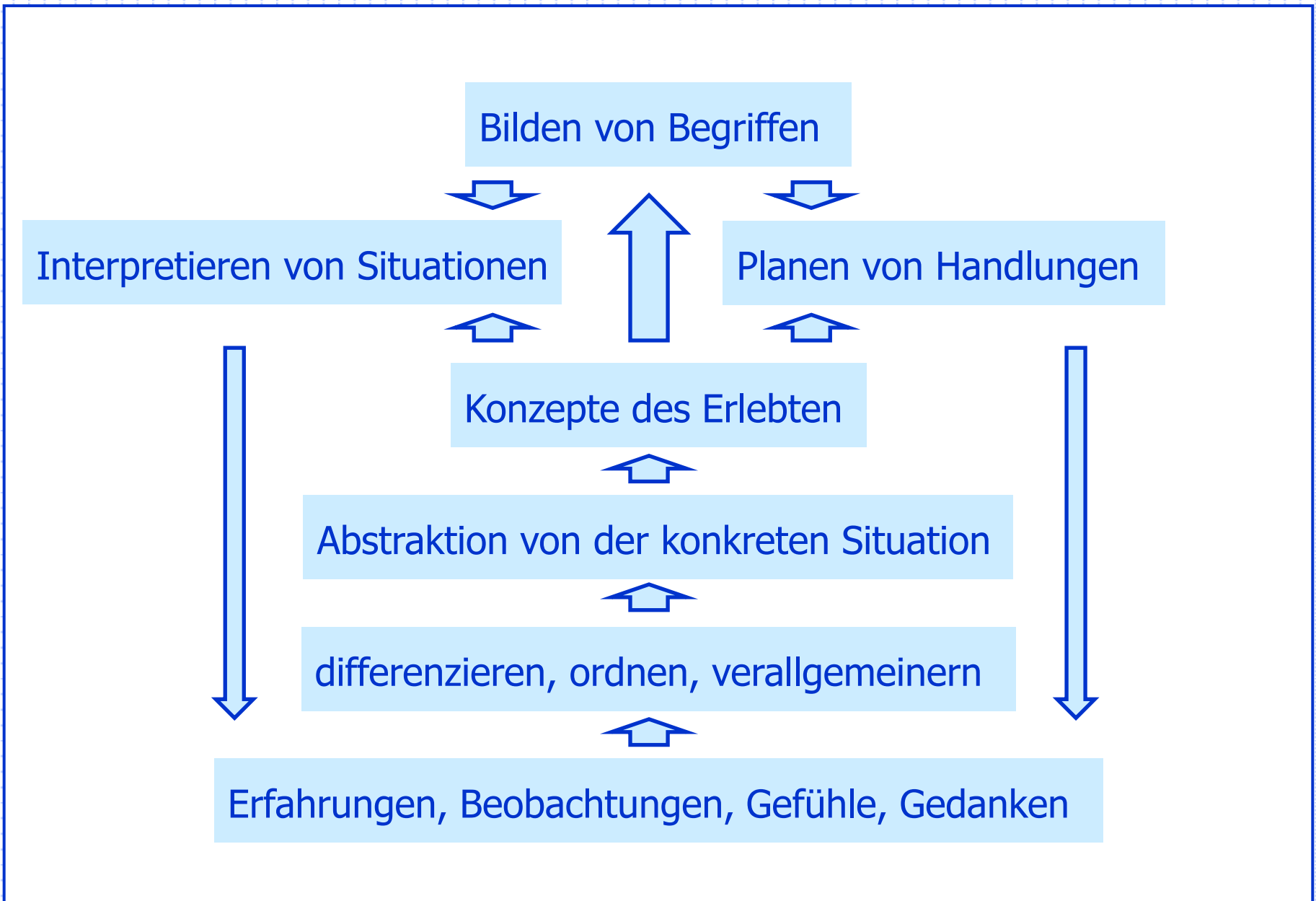
„Ich habe übrigens eine Schwester. Sie verläuft parallel zu mir.“, meldet sich nochmal Gerade f zu Wort.

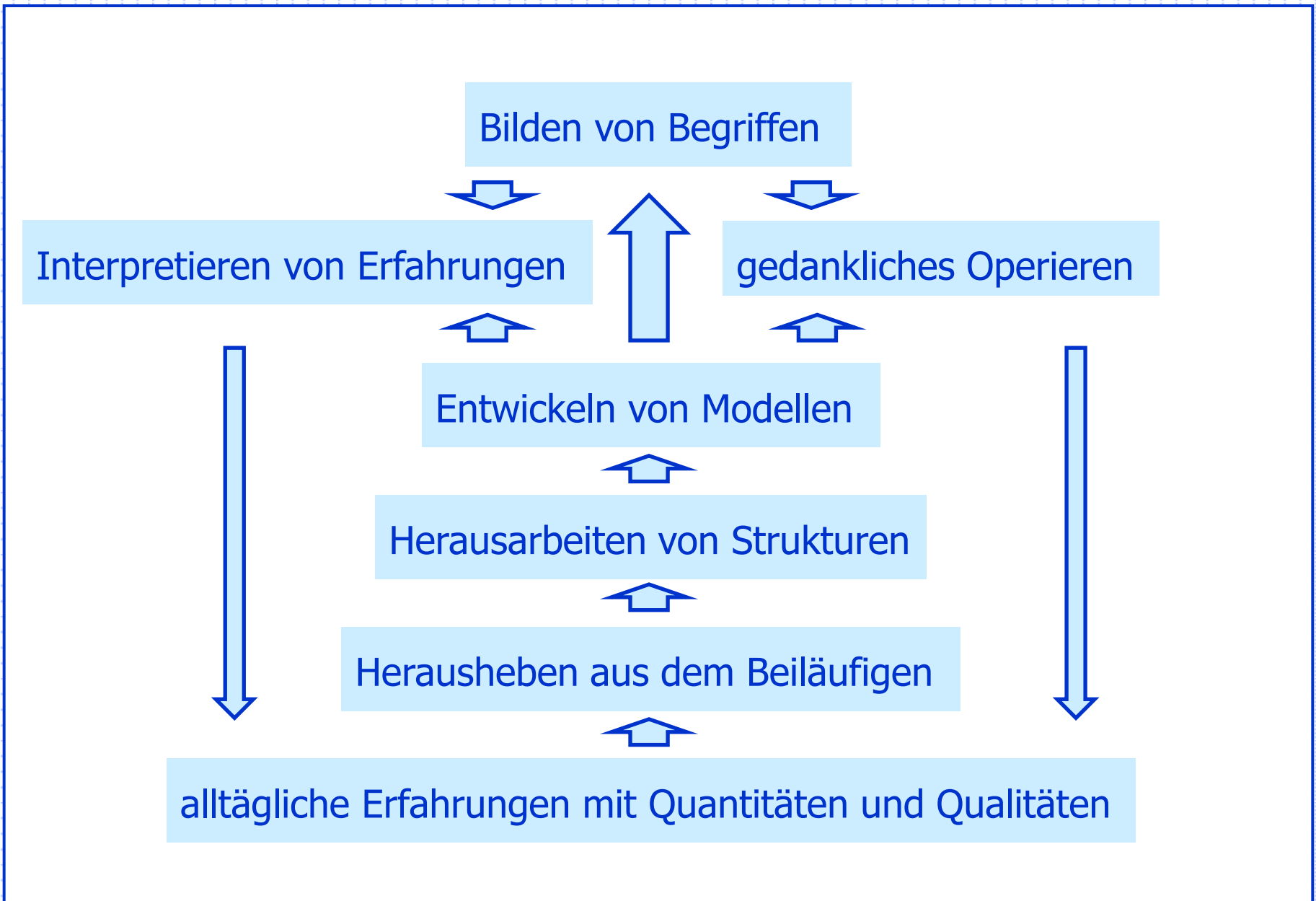
Auszug aus Aufgabe 5, Mathematik-Abschlussprüfung Klasse 10, Berlin-Brandenburg, 2012

Inhalte:

1. Sprechen als Funktion des Denkens
2. Sprachliches Denken in der Mathematik
3. Mathematik als Sprache
4. Vom Alltagsverständnis zum wissenschaftlichen Begriff:
Sprachschichten
5. Verstehen und Missverstehen im Mathematikunterricht
6. Das mathematische Sprechen lernen

These: **Das mathematische Sprechen ist ein Motor
des mathematischen Denkens.**





Anwenden der Kategorien auf konkrete Situationen
„Welche Mengen enthalten (auch) drei Elemente?“
„Welche Mengen enthalten nicht drei Elemente?“
„Sind das drei Würfel?“

Entwickeln von situationsübergreifenden Kategorien
„Drei sind drei Einer.“

Herausheben aus der konkreten Situation
„In allen Mengen sind drei Elemente.“

Fokussieren auf Anzahleigenschaft
„Das sind drei Würfel, das sind drei Finger, ...“

„Sechs minus fünf“

„Sechs minus fünf“

- Zuordnung der schriftlichen Kurzform $6 - 5$
- Verbindung mit einer Frage
- sofortiger Zugriff auf das Ergebnis (in Kurzform $6 - 5 = 1$)
- Zuordnung zu einer gedanklichen Operation
- Verbindung mit einer praktischen Handlung
- „mitlaufendes“ Zahlbeziehungswissen

Hälfte von 12

Dreifaches von 2

3% von 200

$$5 + 1$$

$$10 - 4$$

Sechs

$$2 \times 3$$

$$7 - 1$$

$$2 + 4$$

$$6 \times 10^0$$

Zehnter Teil von 60

$$18 \times \frac{1}{3}$$

$$24 \div 4$$

Mathematische Fachbegriffe (eine Auswahl)

- mehr als / weniger als, größer / kleiner / gleich, Unterschied
- Ziffer, Zahl, Anzahl, Gesamt- / Teilmenge, Vorgänger / Nachfolger
- zerlegen, ergänzen, verteilen / einteilen, bündeln, verdoppeln, halbieren
- plus, minus, mal, geteilt, Addition, Subtraktion, Summe, Differenz
- Einer, Zehner, Hunderter, Stelle / Stellenwert
- Dreieck, Viereck, Kreis, Ecke, Kante, Fläche

Was bedeutet dieses Zeichen?



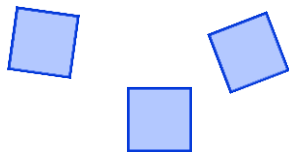
Jetzt gleich?

Rechne gleich, nicht später?

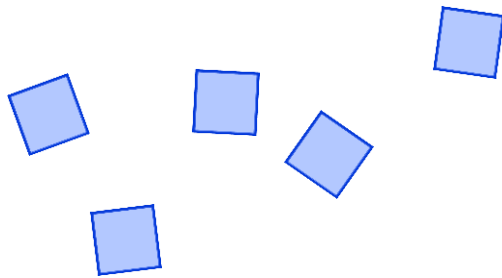
Soll es gleich aussehen?

Soll es ein gleiches Ergebnis haben?

**„Ich nehme mir drei Würfel. Nimm dir zwei Würfel
mehr als ich mir genommen habe.“**



Würfelanzahl des Testers



Josi's Würfelanzahl

Der exakte Anzahlvergleich



Reihe des Testers



Josi's Reihe

Frage: Wie viele Würfel liegen in deiner Reihe mehr als in meiner Reihe?

Josi: Fünf mehr.

Frage: Wie viele Würfel liegen in meiner Reihe weniger als in deiner Reihe?

Josi: Drei weniger.

„Wann fängt die Mathematik an?

Wenn ein Kind ein Dreieck von einem Quadrat, zwei von drei, drei von vier unterscheiden kann?

Oder: wenn, während die Mutter geradeaus geht, das Kind um eine Buschanlage herumläuft, um am Ende die Mutter zu überraschen?

Es hängt davon ab, wie bewusst es geschieht.“

(Freudenthal 1981, S. 100; Hervorhebung J.K.)

Symbolsprache der Mathematik:

konkret: $6 - 5$ / allgemein: $a - b$

Wissenschaftliche Sprache:

„Die Gesamtanzahl von sechs ...“

Schriftsprache:

„Insgesamt waren es sechs Kinder ...“

gehobene Alltagssprache:

„Wir waren sechs Kinder auf dem Bolzplatz. ...“

Alltagssprache:

„Äh, wir war'n zu sechst uff'm Bolzplatz. ...“

Der Mathematikunterricht

- sollte ein Sprachunterricht sein,
- sollte als Dialog stattfinden,
- sollte eine mathematische Sprachkultur entwickeln.

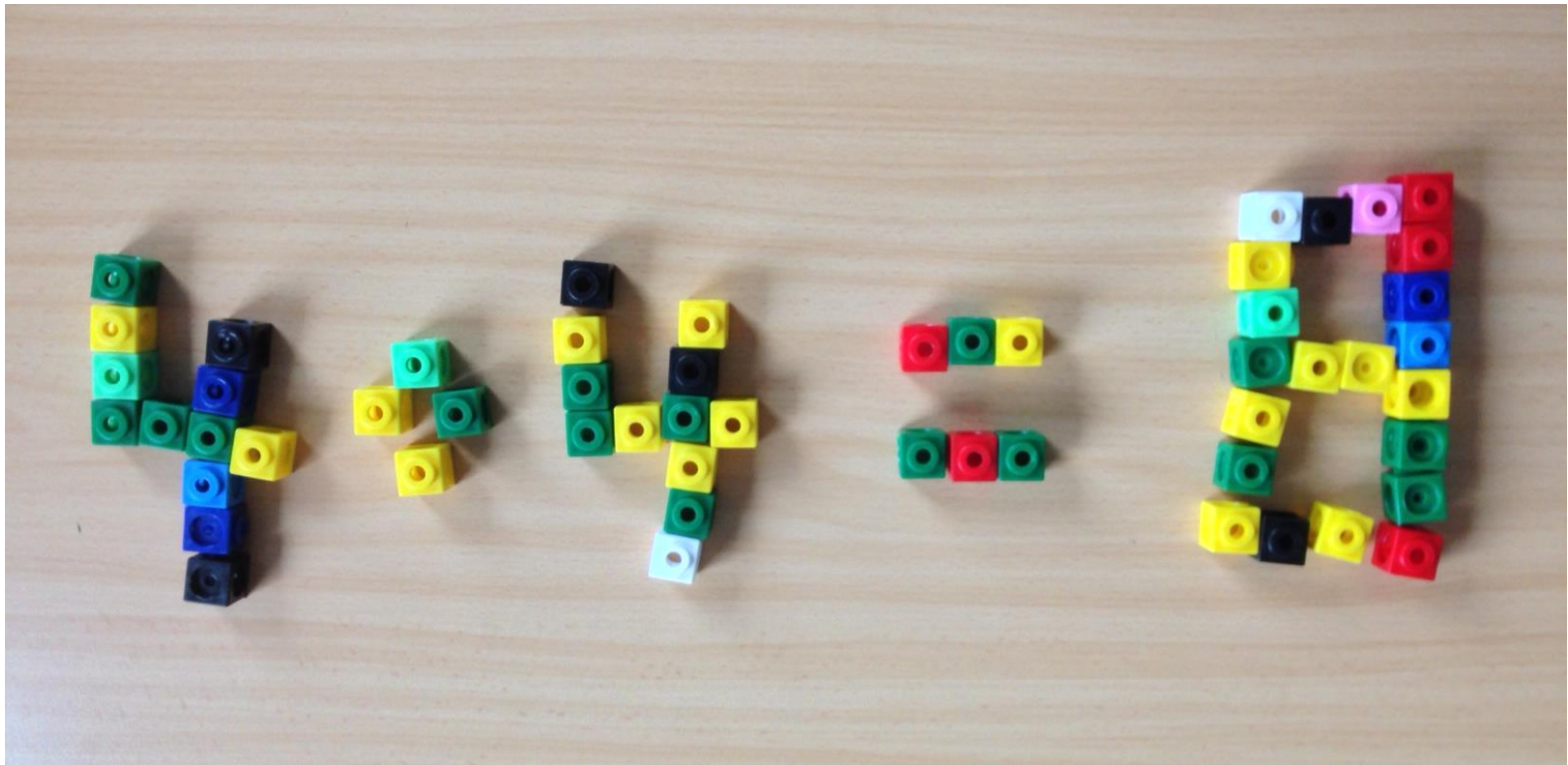
**Rechenschwächen können durch
mathematisches Sprechen vermieden werden.**

Bei Rechenschwäche

- fehlt das Verständnis der elementaren zahlenmathematischen Begriffe: Zahlen und Rechenoperationen können zwar namentlich benannt werden, sind jedoch mengeninhaltlich unverstanden.
- Anstelle der mathematisch richtigen Bedeutungen werden eigene Auffassungen zu den Begriffen gesetzt.

Rechenschwache verstehen die mathematische Sprache nicht.

„Lege bitte die Aufgabe $4 + 4 = 8$.“



Mathematikspezifische Sprachkompetenzen

Rezeption von Sprache

Wortbedeutungen in Aufgaben
verstehen

Reproduktion des Gehörten

nacherzählen mit eigenen
Worten

Produktion von Sprache

quantitative Situationen,
Ideen, Zusammenhänge mit
eigenen Worten beschreiben

Reflexion mit Sprache

sprachliches Denken,
synthetisieren und bilden von
Kategorien / Begriffen

Führen Sie die Aufgabenreihen fort.

$$2 + 20 = 22$$

$$31 - 2 = 29$$

$$3 + 21 = 24$$

$$32 - 4 = 28$$

$$4 + 22 = 26$$

$$33 - 6 = 27$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Beschreiben Sie den Zusammenhang der Aufgaben.

$$31 - 2 = 29$$

$$32 - 4 = 28$$

$$33 - 6 = 27$$

.....

.....

.....

www.ztr-rechenschwaech.de

ZTR Potsdam

potsdam@ztr-rechenschwaech.de

Tel. (0331) 550 77 67