
Problemlösen lernen im Rahmen des Forderunterrichts: Entwicklung von praxisorientierten und theoriegeleiteten Materialien mittels Design-Based Research

von

Ana Kuzle & Inga Gebel, Potsdam

Kurzfassung: Die Kultusministerkonferenz empfiehlt in ihren Bildungsstandards für das Fach Mathematik explizit das Problemlösen aufzugreifen und normativ zu verankern – Problemlösen soll im Mathematikunterricht gefördert und gefordert werden. Zahlreiche empirische Studien, wie TIMSS und PISA, und Qualitätsanalysen an Schulen präsentieren jedoch ein anderes Bild: Die Schülerinnen und Schüler sind oft nicht in der Lage Problemaufgaben zu lösen und den Lehrkräften fehlen praktikable und didaktisch-aufbereitete Unterrichtsmaterialien, um die Zielsetzungen der Standards zu erreichen. Im Kontext dieser Reformagenda ist die Entwicklung von Materialien von großer Bedeutung, welche die Lücken zwischen Theorie und Praxis überwinden. In diesem Aufsatz fokussieren wir uns auf eben solche praxisorientierten und theoriegeleiteten Materialien zum Problemlösen für Sechsklässlerinnen und -klässler, die gemäß dem Design-Based Research (DBR)-Ansatz entwickelt wurden. Zum Abschluss diskutieren wir daraus abgeleitete kontextbezogene Prinzipien zur Materialentwicklung zum Problemlösen.

Abstract: The (inter-)national educational standards have strongly endorsed the inclusion of problem solving in school mathematics. Empirical studies, such as PISA and TIMSS, and quality analyses at schools, however, portray a different picture: Pupils are often unable to solve problems, and teachers lack practical teaching materials with didactic comments to achieve the goals stated in the standards. In the context of this reform agenda, collaborative work between educational researchers and practitioners working on issues of everyday practice is crucial in order to overcome the gap between theory and practice. In this paper, we focus on such practical and theory based materials for teaching problem solving to 6th grade students in the context of lessons promoting and improving specific mathematical competences that were developed using a Design-Based Research approach (DBR). At the end, we discuss derived contextual principles for the development of problem solving materials.

1. Einführung

Als Reaktion auf die Ergebnisse internationaler Leistungstests wurden in Deutschland die outputorientierten Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz für den mittleren Schulabschluss (2003) verabschiedet. Diese legen das Thema „Probleme mathematisch lösen“ als einen verbindlichen prozessbezogenen Kompetenzbereich fest. Die Curricula der einzelnen Bundesländer folgen der Vorgabe der KMK-Bildungsstandards und greifen das Problemlösen ebenfalls als einen mathematischen Kompetenzbereich auf. Dieser wurde zum Beispiel in Nordrhein-Westfalen (NRW) durch Kernlehrpläne präzisiert, indem sie unter anderem selbstständige inner- und außermathematische Beschäftigungen mit Problemen, Anwendungen von Darstellungsformen und Problemlösestrategien sowie Kontrollverhalten bei Lösungswegen und Ergebnissen fordern (2004).

Im Rahmen der Schulsteuerung werden in NRW Qualitätsanalysen an Schulen durchgeführt, um die Einhaltung der Kernlehrpläne zu kontrollieren. Die Qualitätsanalyse des Mathematikunterrichts im Bereich der Problemorientierung an einer Schule zeigte, dass zwar Anteile herausfordernder Aufgaben im Unterricht enthalten seien, überwiegend jedoch Routineaufgaben von den Schülerinnen und Schülern bearbeitet und nur in etwa einem Drittel aller Unterrichtsbeispiele Problemlösestrategien angewendet wurden. Ein Grund dafür ist die fehlende Problemlösekultur in vielen Schulbüchern, die einen systematischen Aufbau von Problemlösekompetenz unterstützt (vgl. Gebel, 2015).

Um auf diese Diskrepanz zu reagieren, hat die Schule entschieden, ihren Forderunterricht in der sechsten Jahrgangsstufe durch die Entwicklung von innovativem Material auszubauen. Dadurch ist eine Kooperation zwischen Akteuren aus der Schule und Personen aus der Lehrerbildung entstanden, um Praxis und Theorie in eine produktive Verbindung zu bringen. Die hochschulgeleitete Gruppe hat sich als Ziel gesetzt, für diese Schule Instrumente zu konzipieren, nämlich ein Arbeitsheft für Schülerinnen und Schüler und ein Begleitheft für Lehrkräfte, mit denen die geschilderte Problematik gelöst werden kann. Konkret war das Ziel, durch theoriegeleitete Materialien, entwickelt gemäß dem Design-Based-Research-Ansatz, die Problemlösekompetenzen systematisch unter Berücksichtigung der Kernlehrpläne von NRW aufzubauen. Aus diesem Grund erhielt das Projekt den Namen „Systematischer und materialgestützter Problemlösekompetenzaufbau“ oder kurz „SymPa“.

Innerhalb dieses Aufsatzes wird die Gliederung von Jahn (2014) aufgegriffen, um den komplexen Prozess der Forschung zusammenfassend offenzulegen: Nach einer Beschreibung und Rechtfertigung der Methodik erfolgt eine prägnante Darstellung der Kontextsituation. Darauf aufbauend und in Abstimmung mit ausgewählten

fachdidaktischen Theorien und Ansätzen zum Problemlösen wird die Entwicklung des Prototyps eines Arbeitsheftes¹ dargelegt. Wir stellen weiter die Ableitungen aus der Erprobungsphase vor, indem wir uns jedoch auf eine Ebene, die Ressourcen-Ebene nach Jahn (2014), beschränken. Zum Abschluss diskutieren wir daraus abgeleitete kontextbezogene Design-Prinzipien zur Materialentwicklung.

2. Methodisches Vorgehen

Lernen ist ein komplexer Prozess, der von vielen Faktoren abhängig und somit schwer gezielt zu beeinflussen ist. Nach Reinmann (2005) und Jahn (2014) liege in der Methode Design-Based Research (DBR) die Chance, innovative Lehr-Lernprozesse kontextsensitiv zu entwickeln, da keine stringenten sondern manipulierbare Vorgehensweisen verfolgt werden. Wang und Hannafin (2005) definieren DBR wie folgt:

[...] we define design-based research as a systematic but flexible methodology aimed to improve educational practices through iterative analysis, design, development, and implementation, based on collaboration among researcher and practitioners in real-world settings, and leading to contextually-sensitive design principles and theories. (S. 6 f.)

Sie unterstreichen hiermit vor allem den flexiblen Charakter von DBR und die Verknüpfung von Praxis und Theorie. Dadurch kann der DBR-Ansatz einen Beitrag zur Lösung eines konkreten Problems aus der Praxis leisten. Das Design-Based Research Collective (DBRC) (2003) legt DBR einen kontinuierlichen Zyklus von Design, Umsetzung, Analyse und Re-Design zugrunde (siehe Abbildung 1) und erklärt somit die von Wang und Hannafin (2005) formulierte systematische Methode konkreter. *Design* sei hierbei die theoriegeleitete Entwicklung einer Lehr-Lernumgebung, das in der Phase der *Umsetzung* erprobt wird. Im nächsten Schritt werden bezugnehmend auf den Kontext Ergebnisse evaluiert und *analysiert*, sodass Verbesserungsvorschläge in ein *Re-Design* münden. Der Zyklus beginnt durch dieses Design von Neuem.

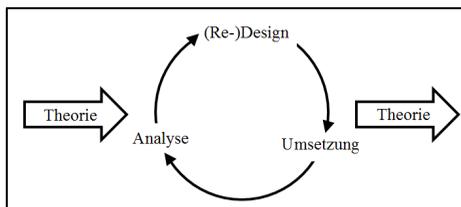


Abbildung 1: DBR-Zyklus

¹ Wir beschränken uns hier auf die Beschreibung des Arbeitsheftes und vernachlässigen somit das Begleitheft für die Lehrkräfte.

Nach Wang und Hannafin (2005) müssen die Lehr-Lernkontexte nach folgenden fünf Kriterien gemäß DBR entwickelt werden: (1) pragmatisch, (2) fundiert, (3) kooperativ, schrittweise, flexibel, (4) integrativ und (5) kontextabhängig.

1. Das Ziel von einer DBR-Anwendung ist, sowohl Rückschlüsse für die Theorie als auch für die Praxis zu ziehen. Dabei scheint die Forderung nach einer Verknüpfung von Theorie und Praxis nahezu trivial. Außerdem bildet die Einhaltung der Methodik des DBR-Zyklus ein fundamentales Ziel, da dadurch nicht herausgearbeitet werden soll, *ob* sondern *wie gut* die Theorie in der Praxis funktioniert (Wang & Hannafin, 2005). Im Projekt SymPa waren sowohl Personen aus dem hochschulischen als auch dem schulischen Bereich bei der Materialentwicklung vertreten. Auch in die Zielformulierung waren beide Bereiche involviert: Ein Konzept zum Problemlösenlernen und -lehren mittels DBR-Ansatzes wurde zwar für die Projektschule entwickelt, soll aber langfristig auch Schlussfolgerungen für die Theorie des Problemlösenlernens und -lehrens zulassen.
2. Einerseits sollen fundierte Theorien dem Design von DBR zugrunde liegen. Andererseits soll DBR in alltäglichen Rahmenbedingungen verankert sein, um die Vielzahl an Variablen in authentischen Lehr-Lernsituationen aufzugreifen (Wang & Hannafin, 2005). Das Betrachten isolierter Variablen, wie in anderen Forschungsrichtungen, führe nicht zu aussagekräftigen Ergebnissen (Reinmann, 2005). Da das SymPa-Material auf fachdidaktischen Theorien und Ansätzen beruht (siehe Kapitel 4.2) und die Umsetzung unterrichtstypische Eigenschaften aufwies (siehe Kapitel 3), ist auch die Eigenschaft „fundiert“ erfüllt.
3. Alle beteiligten Personen sowohl aus der Praxis als auch aus der Theorie sollen zusammenarbeiten, da nur durch das Aufgreifen aller Sichtweisen Probleme überwunden werden können (Wang & Hannafin, 2005). Der oben beschriebene Zyklus aus Design, Umsetzung, Analyse und Re-Design soll schrittweise, jedoch nicht starr verfolgt werden (DBRC, 2003). Möglichkeiten zur Veränderung der Rahmenbedingungen müssen gegeben sein (Wang & Hannafin, 2005). Durch die Kooperation zwischen Hochschule und Projektschule wurden beide Sichtweisen während der Konzeption des SymPa-Materials aufgegriffen.
4. Die Verwendung unterschiedlicher Forschungsmethoden kann die Glaubwürdigkeit der Ergebnisse untermalen. So kann eine Mischung aus quantitativen und qualitativen Methoden innerhalb des DBR-Deckmantels genutzt werden, um geeignete Schlüsse zu ziehen (Wang & Hannafin, 2005). Den Anspruch der Integration erfüllt die Projektsituation ebenfalls, da unterschiedliche Evaluationsformen gewählt wurden. Zwar beschränken sich diese bisher auf qualitative Rückmeldungen, was dennoch nicht als Hindernis angesehen wird (siehe Kapitel 5.1).
5. Die Ergebnisse aus DBR sind sowohl von dem Designprozess als auch von den Rahmenbedingungen während der Durchführung abhängig. Dementsprechend

ist eine detaillierte Dokumentation nötig, sodass eine Übertragung auf andere Rahmenbedingungen abgeleitet werden kann (Wang & Hannafin, 2005). Dass der Einsatz des Materials in der Schule von vielen Faktoren abhängig ist, wurde bei der Gesamtkonzeption berücksichtigt. Sowohl die Hintergründe bezüglich der Schulsituation als auch die Wissensstände der Lehrkräfte stellten Auslöser für viele Entscheidungsmomente dar (siehe Kapitel 3).

Da im Projekt SymPa speziell für eine Schule eine Lehr-Lernumgebung (konkreter ein Arbeitsheft) konzipiert wurde, wählten wir den DBR-Ansatz als Methode. Wir erhofften uns dadurch eine mehrperspektivische Herangehensweise, die unserer Sichtweise von Einflussfaktoren in Lehr-Lernprozessen entspricht.

Die Ziele des Projektes SymPa werden durch die von Reinmann formulierten Gütekriterien zusammengefasst: „Neuheit, Nützlichkeit und nachhaltige Innovation“ (2005, S. 63). Da uns kein Arbeitsheft zum systematischen Problemlösekompetenzaufbau für Schülerinnen und Schüler bekannt ist, das auf anerkannten Theorien und Ansätzen basiert, gehen wir von einer innovierenden Stellung aus. Weiter soll das Arbeitsheft in der Praxis anwendbar sein und zum Problemlösekompetenzaufbau beitragen (Nützlichkeit). Durch kontinuierliche Evaluationen und Überarbeitungen soll ein Medium entstehen, das langfristig in der Schule eingesetzt wird und somit die Problemorientierung der Schule nachhaltig verändern wird.

Obwohl DBR davon geprägt ist, eine hohe Dokumentationsdichte aufzuweisen und viele scheinbar beiläufige Aspekte aufgreift (Jahn, 2014), begrenzen wir uns hier auf eine komprimierte Auswahl, um den Rahmen der Berichtslegung nicht zu sprengen. Wir setzen den Schwerpunkt auf die *Ressourcen-Ebene* und stellen dadurch dar, welche Hilfestellungen für die Schülerinnen und Schüler besonders weiterführend im Ausbau ihrer Problemlösekompetenz waren. An dieser Stelle möchten wir betonen, dass bei DBR-Projekten verallgemeinerbare Resultate nicht zwangsläufig erwartet werden. Vielmehr sollen Verbesserungen innerhalb eines bestimmten Kontextes entwickelt werden, sodass Forscherinnen und Forschern sowie Praktikerinnen und Praktikern in ähnlichen Kontexten mögliche Tendenzen aufgezeigt werden können (Jahn, 2014; Wang & Hannafin, 2005).

3. Kontextanalyse

Wie bereits in der Einleitung dargelegt wurde, wurde gezielt für eine Schule (auch als Projektschule bezeichnet) in NRW, die aus einem Gesamtschul- und einem Gymnasialzweig besteht, ein Arbeitsheft gestaltet. Durch Forder- und Förderkurse von einer Dauer von jeweils 8-10 Wochen reagiert die Schule auf individuelle Stärken und Schwächen der Schülerinnen und Schüler des Gesamtschulzweiges des sechsten Jahrgangs. Das Projekt SymPa findet im Forderkurs Mathematik statt.

Demnach befinden sich ausschließlich Sechsklässlerinnen und -klässler im oberen Leistungsniveau im Kurs, die verpflichtend an dem Projekt teilnehmen.

In der Erprobungsphase des Projektes wurde das Forderband zum Problemlösen dreimal durchgeführt. Innerhalb jeden Zyklus haben etwa zwischen zwölf und sechzehn Schülerinnen und Schüler in ungefähr 16-20 Schulstunden (à 45 Minuten) teilgenommen. Des weiteren beteiligten sich zwei Lehrkräfte der Projektschule. Zum einen ist hierzu der Fachkonferenzleiter für Mathematik, Lehrkraft A mit Erfahrung zum Problemlösen, zu nennen, der die Grundidee für ein hochschulgeleitetes Kooperationsprojekt in die Wege leitete und letztlich den langfristigen Zyklus (Zyklus 1) unterrichtete. Zum anderen nahm eine weitere Lehrkraft (Lehrkraft B), ohne Erfahrungen zum Problemlösen an der Ausführung des Projektes teil. Sie unterrichtete die beiden kurzfristigen Zyklen (2 und 3) (siehe Abbildung 2).

Februar	April	Juni
1. Zyklus		
14-tägig, freitags 8.-9. Stunde, Lehrkraft A, Arbeitsheftversion 1		
2. Zyklus	3. Zyklus	
wöchentlich, montags 2. und dienstags 3. Stunde, Lehrkraft B, Arbeitsheftversion 1	wöchentlich, montags 2. und dienstags 3. Stunde, Lehrkraft B, Arbeitsheftversion 2	

Abbildung 2: Zyklen der Umsetzung

Inhaltlich fand eine Beschränkung auf die inhaltsbezogenen Kompetenzbereiche Arithmetik/Algebra und Geometrie des Kernlehrplans NRW für die Jahrgangsstufe 6 statt. Die Auswahl und die Reihenfolge der Heuristiken im Arbeitsheft orientierten sich ebenfalls an dem Kernlehrplan NRW (2004) und an den Ausführungen von Bruder und Collet (2011) (siehe Kapitel 4). Aufgrund des engen zeitlichen Rahmens konnten nicht alle Heuristiken aufgegriffen werden, sondern nur die informative Figur und die Tabelle als *heuristische Hilfsmittel*, das systematische Probieren, das Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten als *heuristische Strategien* und das Zerlegungs- und Ergänzungsprinzip als *heuristische Prinzipien* (vgl. Bruder, 2002; Bruder & Collet, 2011; Kuzle & Bruder, 2016).

4. Gestaltungsrichtlinien und Entwicklung der Intervention

4.1 Ressourcen-Ebene

Jahn (2014) zählt unter der multiperspektivischen Design-Analyse fünf verschiedene Ebenen auf, unter derer der Untersuchungsgegenstand betrachtet werden sollte: kognitive, interpersonelle, Gruppen- oder Klassen-, Ressourcen-,

institutionale und Schulebene. In diesem Aufsatz beschränken wir uns auf die Ressourcen-Ebene. Sie umfasst die Hilfestellungen, die zu einem Lernerfolg führen sollen. Es wird analysiert, wie sie im Material eingebettet und von den Lernenden angenommen wurden und untersucht, wie wirkungsvoll sie sind.

Konkret auf diese Intervention bezogen, wird in Kapitel 4.2 zunächst das theoretische Fundament beschrieben. Die Einbettung der Hilfestellungen erfolgt in Kapitel 4.3 und die Annahme dieser Hilfestellungen und deren Wirkungsweise werden in Kapitel 5 ausführlich präsentiert.

4.2 Theoretisches Fundament

Die Zielsetzung im Projekt SymPa bezieht sich in erster Linie auf einen systematischen Aufbau von Problemlösekompetenz der Schülerinnen und Schüler der sechsten Jahrgangsstufe. Problemlösekompetenz bezieht sich auf kognitives (hier heuristisches), motivationales und volitionales Wissen, Können und Handeln eines Individuums, die zur selbstständigen, effektiven und erfolgreichen Bewältigung mathematischer Fragestellungen erforderlich sind (vgl. Bruder, 2003; Heinze, 2007). Nach dieser Grundeinstellung ist die Problemlösekompetenz untrennbar von Selbstregulationsfähigkeiten. Hierbei beziehen wir uns auf zwei inhärente Aspekte der Selbstregulation – die Reflexionsfähigkeit und die Anstrengungsbereitschaft, die eine solche Verbindung zwischen Problemlösen und Selbstregulation nahe legen. Dementsprechend sollen die Schülerinnen und Schüler (a) geeignete Vorgehensweisen (Heurismen) zur Bearbeitung mathematischer Fragestellungen kennen und situationsgerecht anwenden lernen sowie (b) Reflexionsfähigkeit und (c) Anstrengungsbereitschaft für ihr eigenes Handeln entwickeln (Bruder, 2003; KMK, 2003; KLP NRW, 2004).

(a) Empirische Arbeiten (u.a. Grouws, 2003; Kilpatrick, 1985; Lester, 1985, Pólya, 1980; Schoenfeld, 1985, 1992) seit den 80er Jahren zeigen welche Unterrichtskultur zum Problemlösekompetenzaufbau förderlich ist:

- Den Schülerinnen und Schülern sollen *viele Probleme* gestellt werden, damit sie Praxiserfahrungen sammeln. Diese allein aber reichen nicht aus, um eine bessere problemlösende Person zu werden.
- Die Auswahl *guter Probleme* stellt die zweite Forderung dar. Damit sind interessante, anspruchsvolle und mathematikhaltige Probleme gemeint, die nicht zwangsläufig real sein müssen, aber vorzugsweise an die Lebensumwelt der Schülerinnen und Schüler angepasst sein sollen.
- Weiter sollten spezielle oder allgemeine *Problemlösestrategien (Heurismen)* unterrichtet werden.
- Die Lehrkraft sollte für eine Förderung der Problemlösekompetenz der Schülerinnen und Schüler auch selber Problemlösekompetenz besitzen und als *Vorbild* fungieren.

- Zudem sollte der *Input der Lehrkraft minimal* sein. Beispielsweise kann dies durch Gruppenarbeit erzielt werden.
- Die *Metakognition* soll gefördert werden, indem selbstregulierende und reflektierende Fragen gestellt werden.
- Die Lehrkräfte müssen *mehrere Lösungsmöglichkeiten* beim Problemlösen einfordern.

Diese Ansätze zum Problemlösen beachten allerdings keinen kumulativen und systematischen Kompetenzaufbau. Diesen berücksichtigte hingegen Bruder (2002, 2003) mit einem Unterrichtskonzept zum Problemlösen in Verbindung mit Selbstregulation, das die Ansichten oben genannter Arbeiten ebenfalls aufgreift. Bruder (2002, 2003) beschreibt Personen, die intuitiv Probleme gut lösen können, als *geistig bewegliche Personen*, da sie Probleme reduzieren, Gedankengänge umkehren, Abhängigkeiten erkennen, flexibel zwischen Aspekten wechseln und Vorgehensweisen transferieren können. Ihr Wirkprinzip heuristischer Bildung besagt, dass Personen, die Mängel in der geistigen Beweglichkeit aufweisen, dies durch eine gezielte Bildung der Heurismen teilweise kompensieren und demnach ebenso gut Probleme lösen könnten, wie die intuitiv problemlösenden Personen (Bruder, 2003). Eine entscheidende Grundlage zum fachdidaktischen Fundament des Arbeitsheftes stellte das Unterrichtskonzept zum Problemlösen (u.a. Bruder, 2003; Brüder & Collet, 2011) dar, das aus den folgenden fünf Phase besteht:

1. *Gewöhnung*: Diese Phase knüpft an die Vorbildwirkung einer Lehrkraft an und besagt, dass sich die Schülerinnen und Schüler langsam an ein strukturiertes Vorgehen beim Problemlösen gewöhnen, indem die Lehrkraft dieses Vorgehen selber vor der Klasse präsentiert. Die Schülerinnen und Schüler imitieren auch selbstregulative Vorgehensweisen, die von der Lehrkraft gezeigt werden. Konkret soll die Lehrkraft zu Beginn dieses Unterrichtskonzeptes mit den Schülerinnen und Schülern gemeinsam arbeiten und die eigene Vorgehensweise beim Problemlösen durch strukturelle und selbstregulative Fragestellungen transparent darstellen. Dabei muss keine Nennung der verwendeten Heurismen erfolgen, vielmehr stehen die Gedanken, die diesen Heurismus kennzeichnen, im Zentrum (zum Beispiel: „Wie kann ich mir eine Skizze machen, die die Problemsituation darstellt?“).
2. *Bewusstmachung*: In dieser Phase sollen die Schülerinnen und Schüler anhand von Musterbeispielen, die als „Eselbrücken“ fungieren können, explizit die einzelnen Heurismen kennenlernen. Demnach wird hier die Idee des expliziten Heurismentrainings angewandt, indem der Heurismus konkret benannt sowie an Aufgaben seine Wirkungsweise und damit die Nützlichkeit erkannt wird. Hierzu bedarf es markanter Beispielaufgaben, sodass sich die Schülerinnen und Schüler einfach an diese Aufgabe, die sie dann mit dem Heurismus verbinden, erinnern können.
3. *Anwendung und Übung*: Hier sollen die Schülerinnen und Schüler den Umgang mit den Heurismen individuell und produktiv einüben. Demnach soll mittels

Wahlaufgaben unterschiedlicher Schwierigkeit ein Differenzierungsangebot für Schülerinnen und Schüler geliefert werden, sodass alle Schülerinnen und Schüler innerhalb des eigenen Leistungsniveaus lernen, mit den Heurismen umzugehen.

4. *Kontexterweiterung der Strategieanwendung*: Auch in dieser Phase sollen die Schülerinnen und Schüler durch selbstständiges Problemlösen die Verwendung von Heurismen einüben. Allerdings soll hier ein anderer Kontext geboten werden, sodass die Schülerinnen und Schüler lernen, flexibel, kontextunabhängig und zunehmend unbewusster mit den Heurismen umzugehen.
5. *Erweiterung des Problemlösemodells*: Das Ziel des Unterrichtskonzeptes ist, dass das Problemlösemodell der Schülerinnen und Schüler erweitert wird und sie somit in der Lage sind, mittels heuristischer Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien Probleme besser lösen zu können. Zudem ist die Ausbildung der Fähigkeit, den Problemlöseweg und das eigene Problemlösemodell zu dokumentieren, wünschenswert. Die Schülerinnen und Schüler sollen hier eigenständig in der Lage sein, sich in einem Problemraum zurechtzufinden.

Bruder und Collet (2011) empfehlen zum Kennenlernen und Anwendenlernen der Heurismen, sie schrittweise nacheinander zu thematisieren ohne sie voneinander zu separieren.

(b) Der enge Zusammenhang zwischen Selbstregulation und Problemlösen ist bereits seit Pólyas Phasenmodell (1980) bekannt. Unter Selbstregulation fassen wir das Wissen und den geplanten schrittweisen Einsatz der eigenen Mittel einer Person zur bestimmten Zielverfolgung. Dazu gehören insbesondere Umgang mit eigenen spezifischen subjektiven Barrieren (z.B. Emotion, Motivation), selbstregulierte Handlungen beim Bearbeiten eines Problems (Planung, Überwachung und Kontrolle, volitionale Strategien) und Selbstreflexion (Beurteilung und Bewertung des Erreichten) (Landmann & Schmitz, 2007; Sjuts, 2001; Zimmerman, 2000). Viele Studien (u.a. Heinze, 2007; Lester, 1985; Schoenfeld 1985, 1992) belegen positive Effekte auf das Problemlöseverhalten durch die zusätzliche Förderung der Selbstregulation. Nach Zimmerman (2000) lässt sich die Selbstregulationskompetenz über einen längeren Zeitraum mit kurzen punktuellen aber aufeinander aufbauenden Lernphasen entwickeln:

- *Level der Beobachtung*: Hier wird das Vorbild während der Präsentation der Selbstregulationsfähigkeiten beobachtet. Neben dem strategischen Vorgehen kann die beobachtete Person auch motivationale Orientierung bieten.
- *Level der Nachahmung*: Wenn die lernende Person die Lernverhaltensweise der beobachteten Person überwiegend adaptiert hat, befindet sie sich auf diesem Level. Bestärkende Rückmeldungen des Modells verhelfen zu diesem Übergang.

- *Level der Selbstkontrolle:* Auf diesem Level befindet sich die lernende Person, wenn Selbstregulationsstrategien auch während der Abwesenheit des Modells gezeigt werden können.
- *Level der Selbstregulation:* Wenn die lernende Person systematisch Strategien auch in anderen Situationen adaptieren und je nach Anforderung variieren oder weiterentwickeln kann, befindet sie sich auf der letzten Stufe. Eine Verbindung zum Modell ist wenig gegeben. Für die Motivation, dieses Levels zu erreichen, ist Selbstvertrauen nötig.

Da das Unterrichtskonzept von Bruder (2003) beziehungsweise Bruder und Collet (2011) auf Zimmermans (2000) Level zur Selbstregulationsentwicklung aufbaut, liegen einige Parallelen vor (siehe Tabelle 1). Bis auf die Bewusstmachung, die in diesem Fall das implizite vom expliziten Heuristentraining unterscheidet, können die beiden Konzepte gegenübergestellt werden.²

Bruder (2003); Bruder und Collet (2011)	Zimmerman (2000)
1. Gewöhnung	Level der Beobachtung
2. Bewusstmachung	–
3. Anwendung und Übung	Level der Nachahmung
4. Kontexterweiterung der Strategieanwendung	Level der Selbstkontrolle
5. Erweiterung des Problemlösemodells	Level der Selbstregulation

Tabelle 1: Gegenüberstellung des Unterrichtskonzeptes von Bruder und Collet (2011) mit den Phasen zum Selbstregulationsaufbau von Zimmerman (2000)

Nach Landmann und Schmitz (2007) wird eine besonders hohe Qualität selbstregulierten Problemlösens erreicht, wenn dessen verschiedene Aspekte durch unterschiedliche Teilhandlungen mit kurzen punktuellen aufeinander aufbauenden Phasen (*vor* – Zielsetzung, Motivation, *während* – Selbstbeobachtung, Anstrengungsbereitschaft, *nach* – Reflexion (Selbstbeurteilung, Selbstreaktion)) beim Problemlöseprozess gefördert werden. Dazu gehören u.a. eine konkrete Zielsetzung, die Planung von Handlungsstrategien, eine rückblickende Bewertung des Handelns und die Reflexion.

(c) Die motivationale Ausgangslage der Schülerinnen und Schüler stellt einen großen Einflussfaktor beim erfolgreichen Lösen mathematischer Aufgaben dar. Besteht keine Anstrengungsbereitschaft bei den Lernenden, wird laut Stangl (2003) kein Lernerfolg stattfinden. Bruder (o.J.) fasst Kriterien für motivierende Aufgaben folgendermaßen zusammen:

- (1) verständliche und einsichtige Aufgabenstellung

² Für nähere Erläuterungen siehe Collet (2009).

- (2) altersgerechte Themenwahl
- (3) sichtbarer Kompetenzzuwachs

Resümierend stellen für uns die explizite Heurismenbildung durch das Unterrichtskonzept von Bruder (2003) beziehungsweise Bruder und Collet (2011) und das Modell zur Selbstregulation von Zimmerman (2000) eine nachvollziehbare Hilfestellung beim Problemlösekompetenz- und Selbstregulationsaufbau unter der Berücksichtigung der Kriterien für motivierende Aufgaben dar.

4.3 Bezug zum Heft

In diesem Kapitel wird der Prototyp des Arbeitsheftes vorgestellt, indem die Erfüllungen der zuvor formulierten Grundlagen exemplarisch an dem Kapitel 2.2 Tabelle (siehe Abbildung 3) erläutert werden.

(a) Heurismen kennen und anwenden lernen

Die Gliederung der Kapitel baut auf Bruders Unterrichtskonzept auf. Es wird mit einer *Einstiegsaufgabe* begonnen, die die Schülerinnen und Schüler gemeinsam mit der Lehrkraft (als Moderatorin oder als Moderator) lösen. Diese Aufgabe repräsentiert die Idee des Heurismus und soll erste Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler im Umgang mit ihm ermöglichen sowie die Vorteile des Werkzeuges verdeutlichen. In diesem Beispiel handelt es sich um die Aufgabe „2.2.1 Münzaufgabe 1“.

Danach wird der Heurismus erst konkret innerhalb eines *Informationstextes* benannt und dessen Vorgehensweise in einem *Beispiel* veranschaulicht. Dies können die Schülerinnen und Schüler als Nachschlagewerk ansehen. Der Phase der Bewusstmachung wird mittels dieser Strukturelemente nachgekommen. Die Texte wurden bewusst prägnant gehalten und auf einem adäquaten, schülerzentrierten Sprachniveau formuliert.

Weiter folgen (mindestens) drei weitere *in der Schwierigkeit steigende Aufgaben*, die einen bewussten Umgang mit dem Heurismus bewirken sollen. Durch das steigende Anspruchsniveau entsteht eine Binnendifferenzierung, indem schwächere Schülerinnen und Schüler weniger Aufgaben bearbeiten können als stärkere. Zudem bietet die *Aufgabenvielfalt*³ verschiedene mathematische Kontexte an, wodurch auch die vierte Phase vom Unterrichtskonzept (Bruder, 2003; Bruder & Collet, 2011) aufgegriffen wird.

Außerdem sind die Heurismen miteinander verknüpft, sodass sie nicht separiert voneinander begriffen werden. Beispielsweise wurde die Verbindung zwischen

³ Bei dem Konzipieren bzw. bei der Auswahl guter Probleme haben wir uns an Kriterien von Collet, Bruder und Ströbele (2008) orientiert. Siehe Gebel (2015) für mehr Details.

dem systematischen Probieren und der Tabelle expliziert. In Aufgabe „2.2.4 Tabelle statt informativer Figur“ (siehe Abbildung 3) wird konkret zu einem Vergleich von zwei heuristischen Hilfsmitteln aufgerufen und somit die Vielseitigkeit von Heuristikenverwendungen verdeutlicht.

2.2 Tabelle

2.2.1 Münzaufgabe 1

Probi möchte sich im Supermarkt Schokolade für 27 Cent kaufen. Er hat nur 10-Cent-, 5-Cent- und 2-Cent-Münzen. Wie viele Möglichkeiten hat Probi die 27 Cent mit seinen Münzen passend zu bezahlen?



*Mmmm Schokolade!
Wie kann ich bloß meine Münzen kombinieren, sodass ich kein Wechselgeld bekomme?*



Was ist eine Tabelle?

In einer *Tabelle* können Informationen oder auch Lösungsmöglichkeiten strukturiert dargestellt werden. Manchmal ist dann die Lösung des Problems einfacher zu erkennen.

Eine *Tabelle* besteht aus Zeilen und Spalten. Damit andere Personen deine *Tabelle* verstehen können, solltest du den Zeilen und Spalten sinnvolle Namen geben.

Beispiel

Probi, hier möchte ich dir zeigen, dass man Aufgaben auch mit verschiedenen heuristischen Hilfsmitteln lösen kann. Zum Beispiel habe ich die Altersbestimmungs-Aufgabe (2.1.3) mit einer Tabelle gelöst.



Alter von Probi	Alter von Probi	Alter von Probi	Alter zusammen	genaues Alter von Probi
5	mehr als 10	15	mehr als 30	56 - 5 - 15 = 36 (Alter als Probi)
6	mehr als 12	18	mehr als 36	56 - 6 - 18 = 32 (Alter als Probi)
10	mehr als 20	30	mehr als 60	(Das Alter zusammen ist zu hoch.)
9	mehr als 18	27	mehr als 54	56 - 9 - 27 = 20 (passt)

2.2.2 Tabellennutzung

Profi, ich verstehe noch nicht, wie du im Beispiel vorgegangen bist. Wozu dient die Tabelle da?



Schreibe Probi einen Brief, indem du ihm die Vorgehensweise und die Nutzung der Tabelle im Beispiel erklärst.

2.2.3 Kleiderwahl

Probi wurde zu Profi auf eine Gartenparty eingeladen. Nun steht er vor dem Kleiderschrank und weiß nicht, was er anziehen soll.



*Ich möchte auf jeden Fall meine Lieblingsjeans anziehen.
Nun fehlen mir noch ein T-Shirt, eine Kopfbedeckung und ein Paar Schuhe.
Uiii, ich habe aber viele Möglichkeiten ein Outfit auszuwählen.*



a) Wie viele Möglichkeiten hat Probi für sein Outfit? Liste alle auf.
b) Wozu könnte dir eine Tabelle bei dieser Aufgabe helfen?

2.2.4 Tabelle statt informativer Figur

Ich habe die Aufgabe „Rutschen verkehrtherum“ (2.1.1) mit einer Tabelle gelöst. Probi, wie habe ich das wohl gemacht habe?



Erkläre Probi, wie Profi die Aufgabe gelöst hat.

Hmmm...



Abbildung 3: Auszug aus dem Arbeitsheft – Kapitel Tabelle

(b) Reflexionsfähigkeit

Der Stellung von Selbstregulation kommt während eines Problemlöseprozesses eine besondere Rolle zu (siehe Kapitel 4.2). Das strukturierte Nachdenken (also Reflektieren) über den Problemlöseprozess (Selbstmonitoring, -reflexion) hat eine Schlüsselvariable auf vier unterschiedlichen Ebenen im Arbeitsheft dargestellt: Zum einen wurde in den einzelnen Aufgaben zur Reflexion aufgerufen, indem die

Schülerinnen und Schüler beispielsweise Heurismen miteinander vergleichen oder Präferenzen äußern sollen. Zum anderen befanden sich am Ende eines Oberkapitels gesondert Reflexionsfragen, die sich auf das gesamte Oberkapitel bezogen haben (siehe Abbildung 4). Ziel war hierbei, dass die Schülerinnen und Schüler einen Überblick entwickeln sollen und dabei die eigenen Vorlieben reflektieren, indem sie das Kapitel Revue passieren lassen und Zusammenhänge zwischen den Heurismen erkennen.

? 2.4 Reflexionsfragen 1
Welche heuristischen Hilfsmittel hast du kennengelernt?

Heuristische Hilfsmittel helfen mir, um

Welches heuristische Hilfsmittel empfandest du am leichtesten? Warum?

Abbildung 4: Auszug aus den Reflexionsfragen eines Oberkapitels

Des Weiteren befand sich am Ende des Arbeitsheftes ein Fragebogen, indem die Schülerinnen und Schüler das gesamte Projekt reflektieren sollen (siehe Abbildung 5). Durch diese verschiedenen Ebene der Reflexion konnten die Schülerinnen und Schüler über ihr Problemlöseverhalten (z.B. konkrete Planung, Anwendung, Ziele, Strategien) aber auch Lernverhalten reflektieren, förderliche und nicht förderliche Bedingungen identifizieren und dann konstruktiv für die weitere Entwicklung ihres Problemlöseverhaltens nutzen.

Abschlussreflexion

Danke, dass du mir bei den Problemen geholfen hast. Jetzt interessiert es mich, wie du die Arbeit mit Profi und mir findest. Dazu ist es wichtig, dass du Begründungen zu deinen Antworten gibst.

? 1. Hat es dir Spaß gemacht die Aufgaben zu lösen?

2. Welche Aufgabe fandest du am besten?

Abbildung 5: Auszug aus der Abschlussreflexion

Zuletzt wurde bezugnehmend auf Pólyas Phasenmodell (1980) auf der letzten Seite des Arbeitsheftes ein Fragenkatalog in Form einer Tabelle angeführt, die im Laufe des Unterrichts ausgefüllt werden soll (siehe Abbildung 6). Hier sollen Fragen notiert werden, die für die drei Phasen (*vor*, *während* und *nach* dem Problemlösen) die Schülerinnen und Schüler im Problemlöseprozess durch Selbstregulation vorantreiben sollen. Die Schülerinnen und Schüler formulierten die Fragen hierzu eigenständig, mittels Hilfestellungen und Anregungen der Lehrkraft, damit sie einen engeren Bezug zu diesen durch die eigene Sprachwahl erhielten. Der so

entstandene Fragenkatalog soll als Nachschlagewerk dienen, um mittels selbstregulativer Fragen eigenständig weiterzukommen, falls die Schülerinnen und Schüler im Problemlöseprozess Schwierigkeiten haben.

Vor dem Problemlösen	Während des Problemlösens	Nach dem Problemlösen

Abbildung 6: Fragenkatalog zum Problemlösen

Durch die dargestellten Reflexions- und selbstregulativen Prozesse und Dokumentationen befinden sich die Schülerinnen und Schüler auf der fünften und somit letzten Phase des Unterrichtskonzeptes zum Problemlösen (Bruder, 2003; Bruder & Collet, 2011; Zimmerman, 2000).

(e) Anstrengungsbereitschaft

Die Aufgaben wurden am Kernlehrplan NRW (2004) orientiert und in Absprache mit dem Fachkonferenzleiter (Lehrkraft A) ausgewählt. Dadurch versprochen wir uns eine altersgerechte inhaltliche als auch sprachliche Passung bezüglich der Lerngruppe.

Wir hatten den Anspruch einer transparenten Gestaltung des Heftes, sodass die Schülerinnen und Schüler eigenständig mit diesem arbeiten können. Dazu verwendeten wir ein klares Iconkonzept⁴, dass die unterschiedlichen Bereiche des Arbeitsheftes widerspiegelt (siehe Abbildung 7). Durch Querverbindungen zwischen den Aufgaben und mittels ständiger Reflexionen wird der eigene Kompetenzzuwachs für die Schülerinnen und Schülern erkennbar.

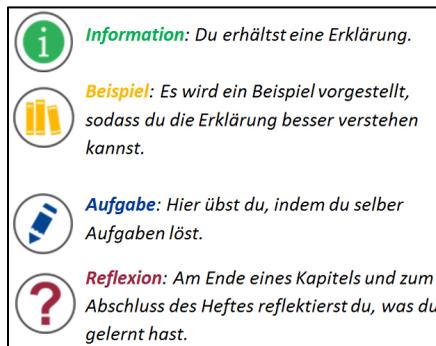


Abbildung 7: Iconkonzept im Arbeitsheft

⁴ Flaticons.net gab uns die Erlaubnis, deren zugangsfreie Icons zu verwenden.

Einen weiteren Anreiz stellten die Figuren „Probi“ und „Profi“ dar (siehe Abbildung 8), die mit den Schülerinnen und Schülern in Kommunikation traten. „Probi“ war eine Figur in Form eines Fragezeichens und bot häufig den Kontext eines Problems an. Ihm sollten die Schülerinnen und Schüler helfen, weil er allein nicht auf die Lösung eines Problems kam. „Profi“ stellte dabei eine unterstützende Figur in Ausrufezeichen-Form mit Brille dar. Er gab vor allem inhaltliche und inhaltsorientierte-strategische Hilfestellungen (Zech, 1978) und regte zu weiteren Gedankengängen an. Um die Schülerinnen und Schüler nicht mit vielen verschiedenen Figuren vom Problemlösen abzulenken, wurde sich auf diese wenigen beschränkt.

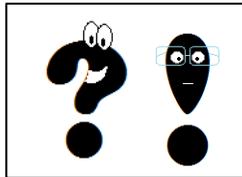


Abbildung 8: Probi und Profi

5. Ergebnisse der Erprobungen der Intervention

5.1 Datenerhebung

Wie bereits geschildert (siehe Kapitel 4.2), sollte überprüft werden, ob die Schülerinnen und Schüler mittels des entwickelten Arbeitsheftes (a) Heuristiken kennen und adäquat anwenden lernen, (b) dabei Reflexionsfähigkeit und (c) Anstrengungsbereitschaft entwickeln. Die Datenerhebung hierzu hat gemäß DBR (siehe Kapitel 2) auf unterschiedlichen Ebenen stattgefunden: (1) Auf Ebene der Schülerinnen und Schüler, (2) der Lehrkräfte sowie (3) des Unterrichts.

(1) Ebene der Schülerinnen und Schüler: Eine Grundlage für die Evaluation bildeten die ausgefüllten Arbeitshefte beziehungsweise die weiteren Aufzeichnungen (hier Arbeitsmappen) der Schülerinnen und Schüler. Nach jedem Durchgang wurden sie eingesammelt und für das Re-Design analysiert (vgl. Gebel, 2015).

(2) Ebene der Lehrkräfte: Grundlage für die Evaluation seitens der beiden Lehrkräfte bildeten diverse teilstrukturierte Kommunikationsarten (Email, Telefonate), Bemerkungen aus dem Begleitheft und ein abschließendes teiltteilstandardisiertes Interview (vgl. Gebel, 2015).

(3) Unterrichtsebene: Bei einer Hospitation in dem ersten Zyklus konnte der Unterrichtsverlauf, die Interaktion zwischen Lehrkraft und Schülerinnen und Schülern sowie die Umgangsweise der Schülerinnen und Schüler mit dem Arbeitsheft beobachtet werden.

5.2 Auswertung der Daten

Bei der Auswertung der Daten war das Vorgehen ähnlich der einer inhaltlich-strukturierenden qualitativen Inhaltsanalyse. Diese besteht daraus, dass induktiv inhaltliche Kategorien entwickelt werden, zu denen dann zum Beispiel die Rückmeldungen der Probanden zugeordnet werden können (Schreier, 2014). In diesem Projekt ist es ein Anliegen die Rückmeldungen zu strukturieren und danach zu analysieren, um anschließend geordnet Schlussfolgerungen für ein Re-Design abzuleiten. Dabei sind verschiedene Bereiche entstanden (siehe Tabelle 2), deren Aufbereitung keinem anerkannten Zuordnungsraster folgt, stattdessen aber eine inhaltliche Sortierung der Rückmeldungen anbietet. Sie sind nicht trennscharf voneinander zu unterscheiden, da fließende Übergänge existieren (vgl. Gebel, 2015; Kuzle & Gebel, im Druck).

Kategorie	Beschreibung	Subkategorie
Sprache	Wird eine Aufgabe aufgrund der Ausdrucksweise nicht verstanden, werden verschachtelte Sätze genutzt oder Notationen beziehungsweise Wörter eingeführt, die für die Schülerinnen und Schüler nicht zugänglich sind, dann wurden diese Rückmeldungen der Kategorie Sprache zugeordnet.	Begriff Lösungsgraph
		Figurennamen
		Aufgaben- nummerierungen
Anspruchsniveau	Zum einen können sprachliche Barrieren die Schwierigkeit einer Aufgabe steigern. Zum anderen stellen Aufgabeninhalte, die die Schülerinnen und Schüler nicht mit ihrem Vorwissen verknüpfen oder Operationen, die sie nicht ausführen können, Hürden dar, die einem zu hohen Anspruchsniveau zuzuordnen sind. Ebenso werden zu einfache Aufforderungen, wie das Abrufen routinierter Handlungen zu dieser Kategorie gezählt.	Motivation und Differenzierung
		Steigendes Anspruchsniveau
		Fachliche Schwierigkeiten
Fachdidaktischer Inhalt	Unter dieser Kategorie werden Rückmeldungen erfasst, die sich auf die Idee des Unterrichtskonzeptes, der Aufgabe oder des Textes beziehen. Dazu zählen Anregungen zu Hervorhebungen, Veränderungen oder sogar der Ersatz von Elementen des Arbeitsheftes, um den fachdidaktischen Inhalt zu verdeutlichen.	Heuristentraining
		Kommunikations- und Reflexionsfähigkeit
		Unterstützungen
Materialgestaltung	Der Kategorie Materialgestaltung werden Rückmeldungen zugeordnet, die sich auf das Layout des Materials beziehen. Farbliche Kennzeichnungen, Hervorhebungen bestimmter Wörter, die Anordnung der Aufgaben oder weitere Anregungen ästhetischer, praktischer und transparenzschaffender Art werden hierzu gezählt.	Aufbau und Gestaltung im Allgemeinen
		Probi und Profi

Schulische und personelle Einflüsse	Alle Rückmeldungen, die sich nicht konkret auf die Hefte beziehen, sondern vielmehr auf äußere, planerische und unterrichtsmethodische Anregungen zielen, werden unter diese Kategorie gefasst.	Einfluss der Stimmung der Lehrkraft auf die Schülerinnen und Schüler
		Professionalität der Lehrkräfte
		Organisation des Förderbandes

Tabelle 2: Überblick über die auf Grund der Analyse entstandenen Kategorien und Subkategorien

5.3 Ergebnisse der Datenanalyse

Entsprechend der Frage, inwiefern die Hilfestellungen durch das Arbeitsheft zum Heuristentraining, zur Anstrengungsbereitschaft und zur Reflexionsfähigkeit von den Schülerinnen und Schülern angenommen wurden und wie wirkungsvoll sie waren, werden im Folgenden konkrete Äußerungen der Schülerinnen und Schüler sowie der zwei Lehrkräfte vorgelegt. Ebenfalls werden Optimierungsmaßnahmen auf Grundlage dieses Feedbacks vorgestellt.

5.3.1 Heuristentraining

Bezüglich der allgemeinen Erscheinung des Arbeitsheftes bewerteten die Lehrkräfte den einheitlichen Aufbau durch die Farbgestaltung und Iconwahl positiv. Auch die Schülerinnen und Schüler waren davon begeistert – sie waren es nicht gewohnt mit farbigen Heften zu arbeiten. Die Schülerinnen und Schüler konnten größtenteils die Informationstexte, Beispielaufgaben, Aufgaben und Reflexionsfragen unterscheiden und konnten sehr gut damit arbeiten. Die wiederkehrende Struktur und Farbgebung trugen vermutlich zu einem intuitiven Vorgehen bei. Dies bestärkt Lehrkraft A mit folgender Aussage im Interview⁵:

Was ich gut finde, dass der Aufbau der einzelnen Kapitel immer gleich war: Kennenlernen, Informationen und dann das Üben. Also immer dasselbe. Das war quasi der rote Faden, dass die einzelnen Strategien oder Heurismen immer gleich aufgebaut waren. Das fand ich gut. Das ist ein roter Faden gewesen.

Die Aufteilung entspricht sowohl den Phasen Bruders (2003) als auch den Level Zimmermans (2000) und bildet durch die Transparenz (sowohl für die Lehrkräfte als auch für die Schülerinnen und Schüler) eine unterstützende Wirkung⁶ (siehe

⁵ Die Lehrzitate wurden sprachlich wegen Lesbarkeit bereinigt.

⁶ An den Schülerkommentaren (siehe Abbildung 9 und Abbildung 10) wird ersichtlich, dass die unterschiedlichen Angebote (Informationstext, Beispiel, Profis Kommentare) auch verschieden angenommen wurden. Die Schülerinnen und Schüler konnten letztlich den Input wählen, der ihnen am meisten hilft.

Abbildung 9 und Abbildung 10). Die weitere Verfolgung dieser Heftstruktur scheint demnach obligatorisch.

8. Wie hilfreich waren die Informationstexte?

Ja, ich konnte mir am besten aus den Beispielen erklären wie was funktioniert

Abbildung 9: Schülerkommentar 1 zu den Informationstexten

8. Wie hilfreich waren die Informationstexte?

Sehr Hilfreich man konnte dann verstehen was das ist.

Abbildung 10: Schülerkommentar 2 zu den Informationstexten

Zur Verinnerlichung der Heuristiken äußerte sich Lehrkraft B folgendermaßen:

Ich habe nun zweimal diesen Durchlauf gemacht. Insgesamt finde ich schon, dass die Kinder viel offener an die Problemlöseaufgaben herangehen und man merkt nach so einer Einheit, dass die auch einfach mehr Werkzeuge und Strategien haben. Das ist gut. Auch die Schülerinnen und Schüler gaben in der Abschlussreflexion an, Heuristiken im herkömmlichen Unterricht oder insgesamt bei schwierigen Aufgaben zu verwenden. (Hierbei waren zyklusbedingte Unterschiede zu verzeichnen, die über die Betrachtung der Ressourcen-Ebene hinausragen.)

5.3.2 Anstrengungsbereitschaft

Wie bereits in Kapitel 4.2 dargelegt, erwarteten wir mittels der Figuren Probi und Profi eine Motivation der Schülerinnen und Schüler, sich mit den Problemen auseinanderzusetzen. Die Schülersaussagen 1 bis 3 (siehe Abbildung 11, Abbildung 12, Abbildung 13) stehen exemplarisch für die positiven Stimmungen der Schülerinnen und Schüler bezüglich der Figuren. Personifikationen zeigen, dass Probi und Profi angenommen und teilweise wie Freunde behandelt wurden.

12. Möchtest du Probi oder Profi noch etwas mitteilen? Hast du noch einen Wunsch bezüglich des Heftes?

Ich fand es super das die beiden dabei waren es hat Spaß gemacht mit den beiden Aufgaben zu lösen.

Abbildung 11: Schülersaussage 1 zu Probi und Profi

12. Möchtest du Probi oder Profi noch etwas mitteilen? Hast du noch einen Wunsch bezüglich des Heftes?

Eventuel sollte Profi MANCHMAL^(selten) auch ein Problem haben

Abbildung 12: Schüleraussage 2 zu Probi und Profi

12. Möchtest du Probi oder Profi noch etwas mitteilen? Hast du noch einen Wunsch bezüglich des Heftes?

Ich bin Profi und Probi, es hat mir sehr viel Spaß mit euch gemacht.

Abbildung 13: Schüleraussage 3 zu Probi und Profi

Anhand der Schüleraussagen 4 und 5 (siehe Abbildung 14 und Abbildung 15) wird zudem deutlich, dass die Figuren hilfreich bei der Problemlösung waren. Die Hilfestellungen von Profi wurden von allen Schülerinnen und Schülern sehr gut angenommen.

6. Wie hilfreich waren Profis Kommentare?

Eigenlich sehr hilfreich man konnte bestimmt Tipps daraus nehmen

Abbildung 14: Schüleraussage 4 zu Probi und Profi

6. Wie hilfreich waren Profis Kommentare?

sie haben mir geholfen, weil Profi nur Tipps gegeben hat wie man vorgehen kann.

Abbildung 15: Schüleraussage 5 zu Probi und Profi

Innerhalb der Abschlussreflexionen nahmen die Schülerinnen und Schüler dazu Stellung, inwieweit sie Spaß am Lösen der Probleme im Forderband hatten. Die Ergebnisse fielen dabei sehr unterschiedlich aus, wobei Bezüge zu den Projektzyklen erkennbar waren: Während in dem ersten Zyklus 10 von 12 und in dem dritten Zyklus 10 von 11 Schülerinnen und Schülern Spaß beim Bearbeiten der Aufgaben hatten, gaben dies in dem zweiten Zyklus nur 7 von 12 an. Allen gemein war aber die Abhängigkeit des Spaßfaktors von dem Schwierigkeitsgrad der Aufgabe. Einige Schülerinnen und Schüler hatten keinen Spaß bei schwierigen Aufgaben, bei denen sie keine Lösungsideen hatten (siehe Abbildung 16). Andere

beschrieben gerade solche Aufgaben als spannend, die sie herausforderten (siehe Abbildung 17).

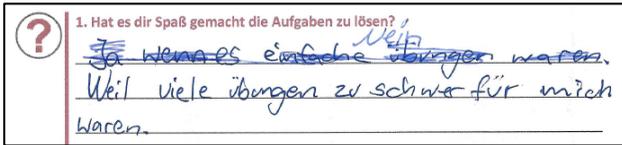


Abbildung 16: Schüleraussage 1 zum Spaßfaktor

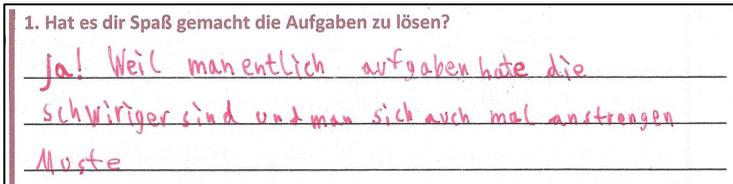


Abbildung 17: Schüleraussage 2 zum Spaßfaktor

Lehrkraft B konnte diese Beobachtungen ebenfalls machen und teilte dies im Interview mit:

Dann gibt es unterschiedliche Schüler. Es gibt Schüler, die sich im normalen Mathematikunterricht langweilen. Die waren begeistert, dass sie endlich mal etwas tun konnten und das kommt, glaube ich, nachher auch bei den Reflexionen heraus. Die waren froh, dass sie sich mal ein bisschen anstrengen mussten und dass nicht immer alles nach Rezept gelöst werden konnte. Während es aber auch, dieses Mal (3. Zyklus) gerade zwei Mädchen gab, die genau das schlecht fanden, weil sie dadurch, denke ich, unsicher waren und das eine oder andere mal überfordert.

An dieser Äußerung wird ebenfalls ersichtlich, dass Unterschiede bei den Schülerinnen und Schülern bestanden, wie sie Problemaufgaben aufnehmen. Manche sind davon begeistert, andere wiederum durch das Ungewohnte überfordert. Ein Training dieser neuen Vorgehensweise empfinden jedoch beide Lehrkräfte als relevant.

Außerdem kann festgehalten werden, dass es zwar einige Tendenzen zu bevorzugten Aufgaben gab, die viele Schülerinnen und Schüler teilten, dennoch aber auch Aufgaben von einigen Schülerinnen und Schülern als schwer und von anderen als leicht beschrieben wurden. Eine einheitliche Zuordnung ist somit nicht möglich, was wiederum die subjektive Komponente von Problemen in den Mittelpunkt rückt. Aus diesem Grund befanden sich einige differenzierende Aufgaben im Arbeitsheft, sodass die Schülerinnen und Schüler selbst Aufgaben auf ihrem Niveau wählen konnten. Nach Lehrkraft B seien diese aber nicht ausreichend, da die schwächeren Schülerinnen und Schüler dennoch wenige Aufgaben auf ihrem Niveau fänden. Exemplarisch sei hierzu die Aufgabe *Lückenrechnungen* zu nennen, die sowohl von den Lehrkräften als auch von den Schülerinnen und Schülern als zu anspruchsvoll beschrieben wurde. Sie wurde

darauhin durch weitere leichtere Teilaufgaben ergänzt (in Aufgabenteil a) um i) und in Aufgabenteil b) um i) und ii)), die im Anspruchsniveau kleinschrittiger anstiegen (siehe Abbildung 18).

3.1.4 Lückenrechnungen

Löse eine der beiden Teilaufgaben.

a) Probi hat beim Rechnen mit Tee gekleckert. Was steht wohl unter den Flecken? Unter jedem Fleck stand eine Ziffer. Es kann auch mehrmals die gleiche Ziffer unter den Flecken sein, aber die Zahlen müssen mit einer von Null verschiedenen Ziffer beginnen.

ii)
$$\begin{array}{r} 5 \quad \bullet \quad 2 \quad \cdot \quad \bullet \quad 7 \\ + \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ \hline \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \end{array}$$

ii)
$$\begin{array}{r} \bullet \quad \bullet \quad 7 \quad 5 \quad \cdot \quad 5 \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ + \quad 3 \quad 8 \quad \bullet \\ + \quad \bullet \\ + \quad \bullet \\ \hline \bullet \quad \bullet \end{array}$$

iii)
$$\begin{array}{r} \bullet \quad \bullet \quad \cdot \quad \bullet \quad 8 \\ + \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ \hline \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \end{array}$$

(Mathematikwettbewerb Känguru e.V., 2014, S.13).

Inwiefern konnte dir die heuristische Strategie „systematisches Probieren“ helfen?

b) Dies sind Kryptogramme. Gleiche Buchstaben sollen durch gleiche Ziffern, verschiedene Buchstaben durch verschiedene Ziffern so ersetzt werden, dass die folgende Aufgabe eine richtig gelöste Rechnung ist. Die Ziffer für P, B oder S darf nicht Null sein.

i)
$$\begin{array}{r} P \quad R \quad O \\ + \quad P \quad R \quad O \\ \hline B \quad L \quad E \quad M \end{array}$$

ii)
$$\begin{array}{r} P \quad R \quad O \\ + \quad P \quad R \quad O \\ + \quad P \quad R \quad O \\ \hline B \quad L \quad E \quad M \end{array}$$

iii)
$$\begin{array}{r} P \quad R \quad O \quad B \quad I \\ + \quad P \quad R \quad O \quad F \quad I \\ \hline S \quad P \quad A \quad S \quad S \end{array}$$

Inwiefern konnte dir die heuristische Strategie „systematisches Probieren“ helfen?

Abbildung 18: überarbeitete Aufgabe „Lückenrechnungen“

5.3.3 Reflexionsfähigkeit

Auf vier unterschiedlichen Ebenen wurden die Schülerinnen und Schüler zum reflektieren angeregt (siehe Kapitel 4.2).

Die Reflexionsfähigkeiten der Schülerinnen und Schüler können nur durch Angaben der Lehrkräfte oder durch die Dokumentation der Schülerinnen und Schüler analysiert werden. Bei der Durchschau der Schülereigenproduktionen wurden häufig ausführliche Dokumentationen der Lösungswege und Begründungen vermisst. Die Antworten begrenzten sich manchmal nur auf einzelne Wörter oder die Lösungswege wurden ohne ersichtlichen Grund abgebrochen. Beim genauen Betrachten der Aufgaben fiel auf, dass einige unbeabsichtigte geschlossene Fragen gestellt wurden, sodass die kurzen Schülerantworten nachvollziehbar erscheinen. Für die Weiterentwicklung des Arbeitsheftes ergab sich die Forderung, alle Aufgaben hinsichtlich ihrer Öffnung zu prüfen und Begründungen innerhalb des Arbeitsauftrages gezielt zu fordern.

Da die Schülerinnen und Schüler die Figuren Probi und Profi gut angenommen haben, wurden zum anderen Aufgaben gestellt, in denen die Schülerinnen und

Schüler in einem Brief für Probi ein Vorgehen zur Problemlösung erklären sollten. Die Erwartung hierzu ist, dass die genaue Erläuterung des Vorgehens für die Schülerinnen und Schüler durch die Verbindung zur Figur nicht allzu inszeniert wirkt. Die Idee ist angelehnt an die im Projekt WiKul verwendeten Anna-Briefe (Dohrmann & Kuzle, 2015; Kuzle & Dohrmann, 2014). Herget (2001) ruft ebenfalls zu der Methodik des Briefschreibens auf und sieht darin die Chance, Fehlvorstellungen der Schülerinnen und Schüler schneller zu entlarven und zu verbessern. Exemplarisch zur Verdeutlichung der Methodenanwendung kann die Aufgabe „Tabellennutzung“ (siehe Abbildung 19) gesehen werden.

Allgemein beschrieb Lehrkraft A zur Reflexion im Interview:

Und das ist das was auch vielleicht für Schüler ungewöhnlich ist: über den Lösungsweg, über das „wie“ nachzudenken. Weil sie in der Regel das klassische Päckchenrechnen, Buch aufschlagen, irgendwelche Aufgaben rechnen gewohnt sind – Eigentlich immer nur das Schema F abarbeiten müssen.



2.2.2 Tabellennutzung

*Profi, ich verstehe noch nicht, wie du im Beispiel vorgegangen bist.
Wozu dient die Tabelle da?*

Schreibe Probi einen Brief, indem du ihm die Vorgehensweise und die Nutzung der Tabelle im Beispiel erklärst.



Abbildung 19: Brief schreiben als Kommunikationsanregung

Neben der eben erwähnten Barriere überhaupt einen Lösungsweg zu reflektieren, sieht Lehrkraft A im schriftlichen Fixieren die zweite Hürde. Lehrkraft B erläuterte zu der Frage, inwiefern es den Schülerinnen und Schülern möglich war, ihre Vorgehensweise zu reflektieren:

Mündlich oft ganz gut, wenn sie das schriftlich machen sollten, fiel das dem einen oder anderen schon recht schwer. Es wurde aber besser mit der Zeit. Man merkte schon, dass das Üben vom Reflektieren auch etwas gebracht hat.

Dadurch unterstützt sie einerseits die Behauptung der Lehrkraft A und erkennt andererseits den Nutzen des Reflexionstrainings. Zur Überwindung der sprachlichen Barriere könnten zum Beispiel vorformulierte Satzanfänge verhelfen, die den Schülerinnen und Schülern erste Orientierungen in der Verschriftlichung geben.

6. Zusammenfassung: Kontextbezogene Prinzipien zur Materialentwicklung zum Problemlösen

In Kapitel 5 wurde gezeigt, welche Erfahrungen im Projekt SymPa auf der Ressourcen-Ebene gesammelt wurden. Daraus abgeleitet, lassen sich für diesen Kontext folgende Prinzipien ausmachen, die für einen

Problemlösekompetenzaufbau innerhalb der Bereiche Heuristentraining, Anstrengungsbereitschaft und Reflexionsfähigkeit notwendig erscheinen:

Heuristentraining:

(1) *Transparente Materialstruktur:* Eine Materialstruktur, die anerkannte fachdidaktische Ansätze und Unterrichtskonzepte zum Heuristentraining aufgreift, entlastet einerseits die Lehrkräfte und sichert andererseits die Befolgung der Konzepte. Eine für die Schülerinnen und Schüler durchsichtige Struktur, gegliedert in Einstiegsaufgabe, Information, Beispiel und weitere, differenzierende Aufgaben, verhilft bei der eigenständigen Erarbeitung. Geeignete Farbkonzepte und/oder Icons dienen als hilfreiche Visualisierung.

Anstrengungsbereitschaft:

(2) *Verwendung von Unterstützungsfiguren:* Sowohl zum Transportieren von Problemstellungen als auch zur Darbietung von Hilfestellungen stellen Figuren für die Sechstklässlerinnen und -klässler ein Motivationsmoment dar. Eine eigene Welt mit alltagsnahen Problemen wird den Schülerinnen und Schülern eröffnet. Sie wollen ihren „Freunden“ helfen und erkennen in der Lösung eines Problems einen Nutzen. Die Verwendung von einheitlichen Figuren im gesamten Arbeitsheft führt dazu, dass die Schülerinnen und Schüler mit den Figuren vertraut werden und die Hilfestellungen der Figuren womöglich einen besonderen Stellenwert erhalten.

(3) *Angebot eines breiten Spektrums an Differenzierungsaufgaben:* Damit die Schülerinnen und Schüler Aufgaben auf ihrem persönlichen Schwierigkeitsniveau erhalten, müssen differenzierende Probleme angeboten werden. Dies kann durch Wahlaufgaben, offene Probleme oder Aufgaben mit steigendem Anspruchsniveau verwirklicht werden.

Reflexionsfähigkeit:

(4) *Forderung von impliziten Reflexionen:* In Ergänzung zu Aspekt (2) kann die vertraute Bindung zu den Figuren zum Trainieren der Reflexionsfähigkeit genutzt werden. Die Schülerinnen und Schüler helfen ihren „Freunden“ etwas zu verstehen, indem sie ihre Vorgehensweisen erklären. Dieser Gedanke ist nachvollziehbarer als die eigene Handlung zu erläutern, nur weil es eine Aufgabe fordert.

(5) *Forderung von expliziten Reflexionen:* Ständige Aufforderungen zum Reflektieren gewährleisten eine schrittweise Gewöhnung. Es etabliert sich ein Bedürfnis des Hinterfragens, das zum langfristigen Problemlösen notwendig ist. Die Gewöhnung an spezifische Fragestellungen (vgl. Pólya, 1980) durch die Vorbildwirkung der Lehrkraft ist hier elementar.

Komprimierter formuliert, bedarf es zum einen eines emotionalen Anreizes bei den Schülerinnen und Schülern (hier durch die Figuren), sodass sie Probleme lösen und Selbstreflexion betreiben wollen. Zum anderen stellt die Materialdarbietung (differenzierende Probleme, transparente Materialstruktur mit expliziten Reflexionsaufforderungen) einen wichtigen Faktor dar entwicklungsentsprechend selbstregulatives Problemlösen zu erlernen.

Inwiefern diese kontextbezogenen Design-Prinzipien auch für weitere Kontexte gelten, können Erprobungen in anderen Schulen in dieser oder auch anderen Jahrgangsstufen zeigen.

7. Ausblick

In der Einleitung wurde gezeigt, dass ein Unterricht, der zum Problemlösen in Schulen aufruft, nötig ist und dennoch in Deutschland häufig zu kurz kommt. Obwohl zahlreiche fachdidaktische Ansätze hierzu existieren, ist ein Material zum systematischen Aufbau von Problemlösekompetenz nicht bekannt. Dies veranlasste uns, im Projekt SymPa ein Material zu entwickeln, das Problemlösen zunächst in einer speziellen und später auch in weiteren Schulen implementieren sollte.

In diesem Aufsatz wurde durch die Auswertung vielfältiger qualitativer Daten gezeigt, dass DBR-Ansatz eine Chance darstellt, Materialien in diesem Themengebiet für die Schule zu konzipieren, da theoretische und praktische Erkenntnisse zusammenfließen und gemeinsam stetige Weiterentwicklungen ermöglichen. Konkret lässt sich sagen, dass durch DBR-Ansatz die Möglichkeiten für neue Lehr- Lernumgebungen zum systematischen Problemlösekompetenzaufbau gezeigt wurden.

An der Schule wurde nach der Umsetzung des dritten Zyklus beschlossen, dass die entwickelten Materialien im Forderunterricht Mathematik fest implementiert werden. Der erste Schritt, die abstrakten Ansätze der Problemlöseforschung auf eine praktische Ebene zu setzen, sodass Problemlösen tatsächlich im schulischen Alltag Einzug finden kann, wurde durch diese Materialentwicklung geschaffen. In weiteren Schritten des Projektes werden die formulierten Prinzipien ständig überprüft und auch versucht, auf andere Kontexte zu übertragen, sodass langfristig eine allgemeine Theorieentwicklung festgehalten werden kann.

Literatur

- Bruder, R. (2002). Lernen geeignete Fragen zu stellen. Heuristik im Mathematikunterricht. *mathematik lehren*, 115, 4–8.
- Bruder, R. (2003). *Methoden und Techniken des Problemlösenlernens. Material im Rahmen des BLK-Programms „Sinus“ zur „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“*. Kiel: IPN.

- Bruder, R. (o.J.). Für eine problemlösefreundliche Atmosphäre sorgen. Materialien aus dem ProLehre Online-Kurs „Problemlösen lernen und Selbstregulation“. Erhalten von <http://www.dzlm.de/fort-und-weiterbildung/kurskonzepte/probleml%C3%B6senlernen-und-selbstregulation>
- Bruder, R., & Collet, C. (2011). *Problemlösen lernen im Mathematikunterricht*. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Collet, C. (2009). *Förderung von Problemlösekompetenzen in Verbindung mit Selbstregulation. Wirkungsanalysen von Lehrerfortbildungen*. Münster: Waxmann.
- Collet, C., Bruder, R., & Ströbele, M. (2008). Intelligent und reflektiert Mathematik üben. Zur didaktischen Qualität von Lehr- und Lernmaterialien. *mathematik lehren*, 147, 60–63.
- Dohrmann, C., & Kuzle, A. (2015). Winkel in der Sekundarstufe I – Schülervorstellungen erforschen. In M. Ludwig, A. Filler, & A. Lambert (Hrsg.), *Geometrie zwischen Grundbegriffen und Grundvorstellungen* (S. 62–76). Wiesbaden: Springer Verlag.
- Gebel, I. (2015). *Im Forderunterricht Problemlösen lernen und lehren: Design Based Research als Chance zur Entwicklung praxisbezogener und theoriegeleiteter Materialien*. Masterarbeit. Universität Osnabrück.
- Grouws, D. A. (2003). The teacher's role in teaching mathematics through problem solving. In H. L. Schoen (Hrsg.), *Teaching mathematics through problem solving: Grades 6–12* (S. 129–141). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Heinze, A. (2007). Problemlösen im mathematischen und außermathematischen Kontext. Modelle und Unterrichtskonzepte aus kognitionstheoretischer Perspektive. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 28(1), 3–30.
- Herget, W. (2001). Aufgaben – Nicht nur nach „Schema F“!. In U. Amelung (Hrsg.), *Neues Lernen. Neue Medien. Neuer Blick auf Standardthemen* (S. 13–24). Münster: ZKL.
- Jahn, D. (2014). Durch das praktische Gestalten von didaktischen Designs nützliche Erkenntnisse gewinnen: Eine Einführung in die Gestaltungsforschung. *Wirtschaft und Erziehung*, 66, 3–15.
- Kilpatrick, J. (1985). A retrospective account of the past twenty-five years of research on teaching mathematical problem solving. In E. A. Silver (Hrsg.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (S. 1–16). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Kultusministerkonferenz. (2003). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss*. Bonn: KMK.
- Kuzle, A., & Bruder, R. (2016). Probleme lösen lernen im Themenfeld Geometrie. *mathematik lehren*, 196, 2–8.
- Kuzle, A., & Dohrmann, C. (2014). Unpacking children's angle “Grundvorstellungen”: The case of distance Grundvorstellung of 1° angle. In P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterkle, & D. Allan (Hrsg.), *Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, S. 409–416). Vancouver, Canada: PME.
- Kuzle, A., & Gebel, I. (im Druck). Development of materials for problem solving instruction in the context of lessons for promoting and improving specific mathematical competences using design based research. In T. Fritzlar, D. Assmuss, K. Bräuning, A. Kuzle, & B. Rott (Hrsg.), *Problem solving in mathematics education. Proceedings of the 2015 joint conference of ProMath and the GDM*

- working group on problem solving. Ars Inveniendi et Dejudicandi 6.* Münster: WTM-Verlag.
- Landmann, M., & Schmitz, B. (Hrsg.). (2007). *Selbstregulation erfolgreich fördern. Praxisnahe Trainingsprogramme für effektives Lernen.* Stuttgart: Kohlhammer.
- Lester, F. K. (1985). Methodological considerations in research on mathematical problem-solving instruction. In E. A. Silver (Hrsg.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (S. 41–69). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Ministerium für Schule, Jugend und Kinder des Landes Nordrhein-Westfalen. (2004). *Kernlehrplan für die Gesamtschule - Sekundarstufe I in Nordrhein-Westfalen. Mathematik.* Frechen: Ritterbach Verlag.
- Pólya, G. (1980). *Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme.* Bern: A. Francke AG Verlag.
- Reinmann, G. (2005). Innovation ohne Forschung? Ein Plädoyer für den Design-Based Research-Ansatz in der Lehr-Lernforschung. *Unterrichtswissenschaften*, 33(1), 52–69.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving.* London: Academic Press.
- Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. A. Grouws (Hrsg.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (S. 334–370). New York, NY: MacMillan.
- Schreier, M. (2014). Varianten qualitativer Inhaltsanalyse: Ein Wegweiser im Dickicht der Begrifflichkeiten. *Forum Qualitative Sozialforschung*, 15(1). Erhalten von nbn-resolving.de/urn:nbn:de:0114-fqs1401185.
- Sjuts, J. (2001). Metakognition beim Mathematiklernen: das Denken über das Denken als Hilfe zur Selbsthilfe. *Der Mathematikunterricht*, 47, 61–68.
- Stangl, W. (2003). Von der Unmöglichkeit zur Motivation in der Schule. *Schulmagazin 5-10. Impulse für kreativen Unterricht*, 1, 9–12.
- The Design-Based Research Collective. (2003). Design-Based Research: An emerging paradigm für educational inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5–8.
- Wang, F., & Hannafin, M. J. (2005). Design-based research and technology-enhanced learning environments. *Educational Technology Research and Development*, 53(4), 5–23.
- Zech, F. (1978). *Grundkurs Mathematikdidaktik: theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen im Fach Mathematik.* Weinheim, Basel: Beltz.
- Zimmerman, B. J. (2000). Attaining self-regulation. A social cognitive perspective. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner (Hrsg.), *Handbook of self-regulation* (S. 13–40). San Diego, CA: Academic Press.

Anschrift der Verfasserinnen

Prof. Dr. Ana Kuzle
 Universität Potsdam
 Grundschulpädagogik Mathematik
 Karl-Liebknecht-Str. 24-25
 14476 Potsdam
 kuzle@uni-potsdam.de

Inga Gebel
 Universität Potsdam
 Grundschulpädagogik Mathematik
 Karl-Liebknecht-Str. 24-25
 14476 Potsdam
 ingagebel@uni-potsdam.de